Sciences et Technologies de l'Agronomie et de l'Environnement
Antilles–Guyane session juin 2006

Exercice 1 **6 points**

Les parties A et B sont indépendantes.

Dans tout l'exercice, on donnera les résultats numériques sous forme décimale arrondis à 10^{-4} *près.*

Dans une industrie laitière, l'atelier de fabrication possède deux lignes de conditionnement L_1 et L_2.

Partie A

Au cours de la production journalière, 45 % des yaourts proviennent de la ligne L_1.
15 % des yaourts de la ligne L_1 présentent un défaut de scellage de l'opercule.
5 % des yaourts de la ligne L_2 présentent ce même défaut.
On choisit un yaourt au hasard. On considère les évènements suivants :
A : « Le yaourt provient de la ligne L_1 »
B : « Le yaourt provient de la ligne L_2 »
C : « Le yaourt présente un défaut de scellage »

1. En utilisant les données de l'énoncé, décrire cette situation à l'aide d'un arbre de probabilités en précisant les valeurs des probabilités sur chaque branche.
2. Calculer les probabilités des évènements suivants :
   « Le yaourt provient de la ligne L_1 et présente un défaut de scellage »
   « Le yaourt présente un défaut de scellage »
   « Le yaourt provient de la ligne L_2 et ne présente aucun défaut de scellage »

Partie B

On note X la variable aléatoire égale à la masse, exprimée en grammes, d'un yaourt provenant de la production journalière de l'ensemble de l'atelier. On admet que la loi de X est la loi normale de moyenne $\mu = 125$ et d'écart-type $\sigma = 10$.
Pour répondre aux questions suivantes, on pourra utiliser la table de la loi normale centrée réduite.

1. Calculer la probabilité que la masse d'un yaourt soit inférieure à 105 g.
2. Calculer la probabilité que la masse d'un yaourt soit comprise entre 115 g et 135 g.

Exercice 2 **7 points**

Soit f la fonction définie sur $]-1\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^x - \frac{1}{x+1}$$

et $(\mathcal{C}_f)$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées.

1. **a.** Calculer la limite en $+\infty$ de f.

   b. Calculer la limite en -1 de f et interpréter graphiquement le résultat.

2. a. Calculer la fonction dérivée f' de f sur $]-1\ ;\ +\infty[$.
   b. Montrer que $f'(x) > 0$ sur $]-1\ ;\ +\infty[$.
   c. Dresser le tableau de variations de f sur $]-1\ ;\ +\infty[$.
3. Recopier et compléter le tableau suivant :
   Les valeurs numériques de $f(x)$ seront arrondies à 10^{-1} près.

x	$-0,75$	$-0,5$	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$f(x)$								

4. Construire la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ dans le repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

Exercice 3 **7 points**

La courbe $\left(\mathscr{C}_g\right)$ donnée dans le document est la représentation graphique dans un repère orthonormal d'une fonction g définie et dérivable sur $[-\pi\ ;\ +\pi]$.

Partie A

Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes en expliquant par une phrase la démarche adoptée :

1. Donner $g(0)$ et $g'(0)$.
2. Résoudre l'équation $g(x) = 0$ sur $[-\pi\ ;\ +\pi]$.
3. Résoudre l'équation $g'(x) = 0$ sur $[-\pi\ ;\ +\pi]$.

Partie B

On admet que la fonction g est définie sur $[-\pi\ ;\ +\pi]$ par :

$$g(x) = 1 - \sin(2x).$$

1. Vérifier que $-\dfrac{3\pi}{4}$ et $\dfrac{\pi}{4}$ sont des solutions de l'équation $g(x) = 0$ sur $[-\pi\ ;\ +\pi]$.
2. a. Démontrer que la fonction G définie sur $[-\pi\ ;\ +\pi]$ par :

   $$G(x) = x + \frac{1}{2}\cos(2x)$$

   est une primitive de g sur $[-\pi\ ;\ +\pi]$.
   b. On appelle $\mathscr{S}$ l'aire du domaine plan limité par la courbe $\left(\mathscr{C}_g\right)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -\dfrac{3\pi}{4}$ et $x = \dfrac{\pi}{4}$. Calculer, en unités d'aires, la valeur exacte de $\mathscr{S}$.

Document de l'exercice 3 : courbe $\left(\mathscr{C}_g\right)$

La droite (T) est tangente à $\left(\mathscr{C}_g\right)$ au point d'abscisse 0.