

**Sciences et Technologies de l'Agronomie
et de l'Environnement
Antilles–Guyane session juin 2007**

A. P. M. E. P.

Exercice 1

7 points

La courbe (\mathcal{C}_f) donnée dans le document est la représentation graphique, dans un repère orthonormal, d'une fonction f définie et dérivable sur $[-\pi ; \pi]$.

Partie A

Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes en expliquant la démarche adoptée :

1. La fonction f est-elle paire ou impaire sur $[-\pi ; \pi]$?
2. Résoudre sur $[-\pi ; \pi]$ l'équation : $f(x) = 0$.
3. Résoudre sur $[-\pi ; \pi]$ l'inéquation : $f(x) > 0$.

Partie B

Étude théorique

On admet que f est définie sur $[-\pi ; \pi]$ par :

$$f(x) = 2 \sin x - x.$$

1. Calculer $f'(x)$.
2. Résoudre sur $[0 ; \pi]$ l'équation : $f'(x) = 0$.
3. **a.** En utilisant le cercle trigonométrique, résoudre sur $[0 ; \pi]$ l'inéquation :
$$\cos x \geq \frac{1}{2}.$$
b. Dédire du a. la résolution sur $[0 ; \pi]$ de l'inéquation : $f'(x) > 0$.
c. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[0 ; \pi]$. On y indiquera les valeurs exactes de $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ et $f(\pi)$.
4. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet sur $\left[\frac{\pi}{3} ; \pi\right]$ une unique solution α .
Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2} .

Exercice 2

6 points

Dans tout l'exercice, les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Un oiseleur élève douze perroquets, sept jaunes et cinq verts. Quatre perroquets dont un vert sont parleurs.

L'oiseleur prend au filet, simultanément et au hasard, trois perroquets parmi les douze pour les exposer.

1. Montrer qu'il y a 220 prises possibles.
2. Déterminer la probabilité des événements suivants :
A : « les trois perroquets sont de la même couleur ».
B : « un perroquet exactement est parleur ».
C : « au moins un perroquet est parleur ».
3. Montrer que la probabilité de l'évènement $A \cap B$ est $\frac{6}{55}$.

4. Sachant que les trois perroquets attrapés sont de la même couleur, déterminer la probabilité qu'exactly l'un d'entre eux soit parleur.

Exercice 3**7 points**

On considère la fonction g définie sur $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ par :

$$g(x) = 2x(\ln x - 1).$$

1. Calculer la limite de g en $+\infty$.
2. **a.** Montrer que : $g'(x) = 2\ln x$.
- b.** Résoudre sur $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ l'équation : $g'(x) = 0$.
- c.** Étudier le signe de $g'(x)$ et dresser le tableau de variations de g sur $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$.

On y indiquera la valeur exacte de $g\left(\frac{1}{2}\right)$ et de $g(1)$.

3. Recopier et compléter le tableau suivant :

Les valeurs numériques de g seront arrondies à 10^{-1} près.

x	0,5	1	2	3	4	5
$g(x)$						

4. Construire la courbe (\mathcal{C}_g) représentative de la fonction g dans un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unités graphiques 2 cm en abscisses et 1 cm en ordonnées.
5. **a.** Montrer que la fonction G définie sur $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ par

$$G(x) = x^2 \left(\ln x - \frac{3}{2} \right)$$

est une primitive de g sur $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$.

- b.** Calculer l'aire du domaine plan limité par la courbe (\mathcal{C}_g) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 3$ et $x = 5$. On donnera la valeur exacte de cette aire en unités d'aire puis une valeur approchée en cm^2 , au mm^2 près.

DOCUMENT DE L'EXERCICE 1

