∽ Baccalauréat S.T.A.E.-S.T.P.A. ∾
Métropole–Antilles–Guyane–La Réunion
septembre 2004 (Coefficient : 2 - Durée : 2 heures)

L'utilisation d'une calculatrice et du formulaire est autorisée

Exercice 1 : **8 points**

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Dans une région montagnarde, les bovins appartiennent deux races distinctes : l'Abondance et la Brune des Alpes.

- 56 % des bovins sont de race Abondance ;
- 10 % des bovins de race Abondance et 15 % des bovins de la race Brune des Alpes sont malades.

On choisit un bovin au hasard. On note :

A l'évènement : « le bovin choisi est de race Abondance ».
B l'évènement : « le bovin choisi est de race Brune des Alpes ».
M l'évènement : « le bovin choisi est malade » ; $\overline{\text{M}}$ l'évènement contraire de M.

1. En utilisant les données de l'énoncé, indiquer les valeurs exactes des probabilités $p(\text{A})$, $p(\text{B})$ et $p_{\text{A}}(\text{M})$ (notée également $p(\text{M}/\text{A})$).

2. Décrire cette situation au moyen d'un arbre de probabilités en précisant les valeurs des probabilités sur chaque branche.

3. Calculer la probabilité de l'évènement : "le bovin choisi est malade et de race Abondance" .

4. Calculer p(M).

Partie B

On appelle X la variable aléatoire égale à la masse, exprimée en kg, d'un veau de race Abondance à la naissance.
Une étude statistique préalable a montré que la loi de probabilité de X est la loi normale de moyenne $\mu = 40$ kg et d'écart-type $\sigma = 10$ kg.

Pour répondre aux questions suivantes, on pourra utiliser la table de la loi normale centrée réduite. On donnera les résultats numériques sous forme décimale arrondis à 10^{-4} près.

1. Calculer la probabilité qu'un veau choisi au hasard pèse moins de 25 kg.

2. Calculer la probabilité qu'un veau choisi au hasard ait une masse comprise entre 35 kg et 45 kg.

Exercice 2 : **6 points**

La courbe (Cg) donnée dans le document est la représentation graphique dans un repère orthogonal de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \frac{\text{e}^{2x}}{\text{e}^{x}+1}.$$

1. Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes en expliquant par une phrase la démarche adoptée :

a. Résoudre sur $[-3 ; 2]$ l'équation (E) : $g(x) = \dfrac{4}{3}$.

b. Résoudre sur $[-3\ ;\ 2]$ l'inéquation (I) : $g(x) > \dfrac{4}{3}$.

2. **a.** Montrer que l'équation (E) peut s'écrire : $3\mathrm{e}^{2x} - 4\mathrm{e}^{x} - 4 = 0$.

b. Développer : $(\mathrm{e}^{x} - 2)(3\mathrm{e}^{x} + 2)$.

c. À l'aide de a. et b., résoudre par le calcul l'équation (E) et comparer avec la valeur trouvée graphiquement.

Exercice 3 : **6 points**

Soit f la fonction définie sur $[0\ ;\ 2\pi]$ par :

$$f(x) = 1 - 2\sin x$$

et $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$. On prendra comme unités graphiques : 8 cm pour π en abscisses et 3 cm pour 1 unité en ordonnées.

1. Calculer $f'(x)$ pour x élément de $[0\ ;\ 2\pi]$.

2. **a.** Déterminer, en l'illustrant très simplement à l'aide du cercle trigonométrique, le signe de $\cos x$ sur $[0\ ;\ 2\pi]$.

b. En déduire le signe de $f'(x)$ sur $[0\ ;\ 2\pi]$.

c. Dresser le tableau de variations de f sur $[0\ ;\ 2\pi]$.

3. Recopier et compléter le tableau suivant :

Les valeurs numériques de f seront arrondies à 10^{-2} près.

x	0	$\dfrac{\pi}{4}$	$\dfrac{\pi}{2}$	$\dfrac{3\pi}{4}$	π	$\dfrac{5\pi}{4}$	$\dfrac{3\pi}{2}$	$\dfrac{7\pi}{4}$	2π
$f(x)$									

4. Construire la courbe $(\mathscr{C})$ dans le repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

5. Résoudre par une méthode au choix (cercle trigonométrique, lecture graphique sur $(\mathscr{C})$, ...) l'équation $f(x) = 1$ dans l'intervalle $[0\ ;\ 2\pi]$.

DOCUMENT de l'exercice 2