Baccalauréat S.T.A.E.-S.T.P.A.
Métropole–Antilles–Guyane–La Réunion
septembre 2005
MATHÉMATIQUES ET TRAITEMENT DE DONNÉES

(Coefficient : 2 - Durée : 2 heures)

L'utilisation d'une calculatrice et du formulaire est autorisée

Exercice 1 : **5 points**

Dans tout l'exercice, les résultats des probabilités seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

On a interrogé 108 élèves des Terminales STAE et STPA d'un lycée agricole pour connaître leurs projets de poursuites d'études.

- $5/9$ des élèves sont des garçons ;
- $1/9$ des élèves dont 10 filles souhaitent entrer « prépa TB » (préparation aux Écoles nationales agronomiques et vétérinaires) ;
- La moitié des élèves souhaitent s'inscrire en BTS GPN et parmi eux, $2/3$ sont des garçons ;
- 9 élèves sont indécis, dont deux fois plus de garçons que de filles ;
- Les autres élèves souhaitent s'inscrire dans un autre BTS.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Prépa TB	BTS GPN	Autres BTS	Indécis	Total
Filles					
Garçons					
Total					108

2. On choisit un élève au hasard. On considère les évènements suivants :

A : « l'élève souhaite s'inscrire en BTS (GPN ou autre) » ;

B : « l'élève est une fille ».

a. Calculer $p(\text{A})$, $p(\text{B})$, $p(\text{A} \cap \text{B})$.

b. L'élève choisie est une fille. Quelle est la probabilité qu'elle demande à s'inscrire en prépa TB ?

Exercice 2 : **6 points**

Les parties A et B sont indépendantes

La courbe $\left(\mathscr{C}_g\right)$ donnée dans le document est la représentation graphique dans un repère orthogonal de la fonction g définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. La droite (T) est tangente à $\left(\mathscr{C}_g\right)$ au point A d'abscisse 0. La droite (D) est asymptote à $\left(\mathscr{C}_g\right)$.

Partie A

Par **lecture graphique**, répondre aux questions suivantes en expliquant la démarche adoptée :

1. Donner $g(0)$, $g'(0)$.

2. Donner la limite de g en $+\infty$.

3. Résoudre l'inéquation : $g(x) \geqslant 2$.

Partie B

On admet que la courbe $\left(\mathscr{C}_g\right)$ donnée dans le document représente la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = 2 + x\mathrm{e}^{-x}.$$

1. Soit G la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$G(x) = (-x-1)\mathrm{e}^{-x} + 2x.$$

Montrer que G est une primitive de g sur $\mathbb{R}$.

2. Calculer, en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire du domaine plan limité par la courbe $\left(\mathscr{C}_g\right)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$.

Exercice 3 : **9 points**

Soit f la fonction définie sur $[-\pi\ ;\ \pi]$ par :

$$f(x) = \cos x - x$$

et $\left(\mathscr{C}_f\right)$ la courbe représentative de f dans le repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \overrightarrow{\imath},\ \overrightarrow{\jmath}\right)$ donné dans l'annexe, (à rendre avec la copie).

1. **a.** Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $[-\pi\ ;\ \pi]$.

b. Montrer que pour tout x de l'intervalle $[-\pi\ ;\ \pi]$, $f'(x) \leqslant 0$.

c. Résoudre sur l'intervalle $[-\pi\ ;\ \pi]$ l'équation $f'(x) = 0$.

d. Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[-\pi\ ;\ \pi]$.
On précisera les valeurs exactes de $f(-\pi)$ et $f(\pi)$.

2. **a.** Recopier et compléter le tableau suivant :
Les valeurs numériques de f seront arrondies à 10^{-1} près.

mx	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$f(x)$									

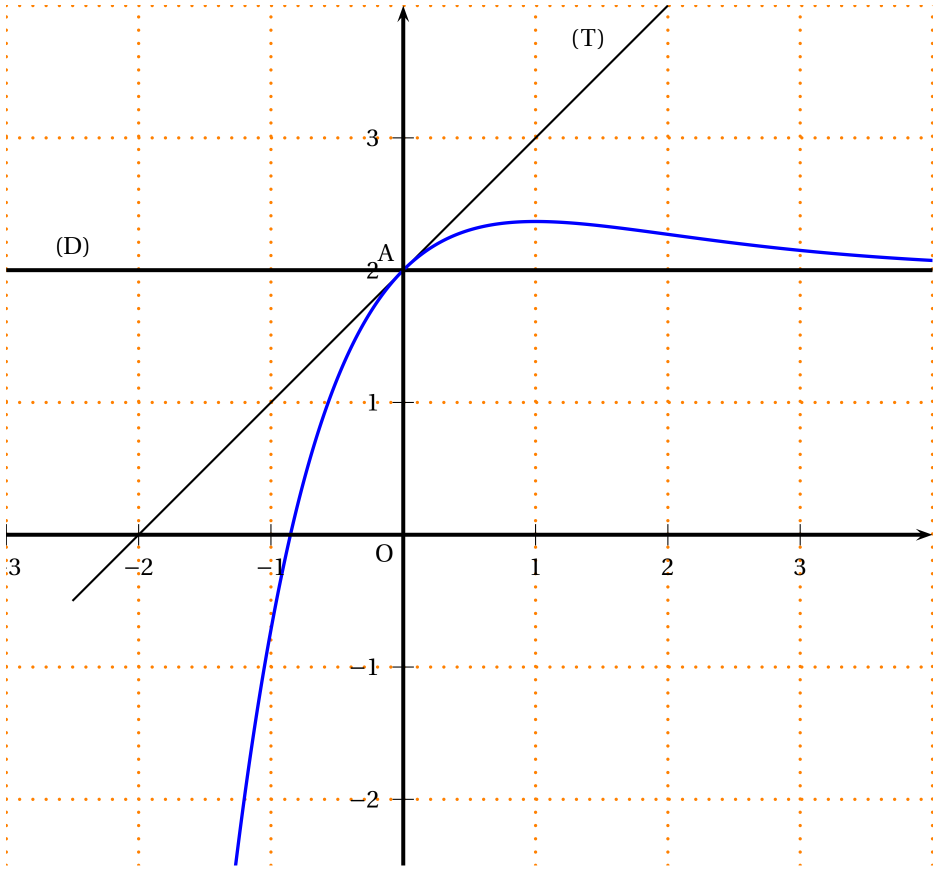
b. Tracer l'allure de la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ et sa tangente au point d'abscisse $-\dfrac{\pi}{2}$ dans le repère $\left(\mathrm{O},\ \overrightarrow{\imath},\ \overrightarrow{\jmath}\right)$ de **l'annexe à rendre avec la copie**.

3. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ sur $\left[0\ ;\ \dfrac{\pi}{4}\right]$ admet une seule solution α.

b. Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

Document de l'exercice 2

Courbe $(\mathscr{C}_g)$



ANNEXE ¿ COMPL. . . TER ET ¿ RENDRE AVEC LA COPIE