Sciences et Technologies de l'Agronomie et de l'Environnement
Métropole session juin 2001

Exercice 1

Une urne contient 8 boules blanches et 5 boules rouges indiscernables au toucher.
L'épreuve consiste à tirer au hasard, simultanément, 3 boules dans l'urne.
Soit les évènements :

A : « tirer deux boules blanches exactement parmi les trois boules tirées »
B : « tirer exactement deux boules de la même couleur parmi les trois boules tirés ».

1. Quel est le nombre de tirages possibles ?
Les probabilités suivantes seront exprimées sous forme décimale, arrondies à 10^{-2} près.
2. Calculer Prob(A).
3. Calculer Prob(B).

Exercice 2 Le tri sélectif des ordures

Une commune a mis en place le tri sélectif des ordures. Le ramassage s'effectue de la façon suivante :

— lundi, ramassage du sac bleu ;
— mercredi, ramassage du sac noir ;
— vendredi, ramassage du sac jaune.

Monsieur T est un homme distrait : il dépose chaque jour de ramassage, de façon aléatoire, un des trois sacs de couleur, indépendamment de son dépôt précédent.

1. Quelle est la probabilité que monsieur T, un jour de ramassage donné, dépose le bon sac ?
2. On s'intéresse au nombre de fois où Monsieur T a déposé le bon sac pendant une période de quatre semaines consécutives.
Soit X la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre de fois où il a déposé le bon sac.
   a. Montrer que la loi de X est la loi binomiale de paramètre 12 et $\dfrac{1}{3}$.
   Les probabilités suivantes seront exprimées sous forme décimale, arrondies à 10^{-4} près.
   b. Déterminer la probabilité que monsieur T n'ait jamais déposé le bon sac pendant cette période de quatre semaines consécutives.
   c. Déterminer la probabilité que Monsieur T ait déposé au moins une fois le bon sac pendant cette période de quatre semaines consécutives.

Exercice 3

Une couverture matelassée est composée de carrés de 10 cm sur 10 cm.
Chaque carré comporte trois zones A_1, A_2, A_3 de couleurs différentes. La figure donnée en annexe représente un de ces carrés, où la zone A_3 est la partie du carré située au dessus de la courbe $\mathscr{C}$.
Un des objectifs de cet exercice est de représenter les zones A_1 et A_2. Les questions 1, 2, 3 sont indépendantes (sauf 3. b.).

1. Les zones A_1 et A_2 sont séparées par la courbe Γ représentative de la fonction g définie sur $[0~;~10]$ par :

$$g(x) = (10 - x)\mathrm{e}^{-\frac{x}{2}}.$$

a. Montrer que pour tout x de $[0~;~10]$, $g'(x) = \dfrac{1}{2}(x-12)\mathrm{e}^{-\frac{x}{2}}$.

b. Montrer que $g'(x)$ est du signe de $(x-12)$.

c. En déduire le signe de $g'(x)$ et le sens de variation de g sur $[0~;~10]$.

d. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	0	0,5	1	2	3	4	5	7	10
$g(x)$									

Les valeurs numériques de g seront calculées à 10^{-2} *près.*

e. Construire la courbe Γ dans le repère $x\mathrm{O}y$ de l'annexe.

2. A_1 est le domaine plan limité par la courbe Γ, l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées. A_2 est le domaine plan limité par la courbe Γ et la courbe $\mathscr{C}$.

a. Soit la fonction G définie sur $[0~;~10]$ par

$$G(x) = -2(8-x)\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}.$$

Justifier que G est une primitive de g sur $[0~;~10]$.

b. Hachurer la zone A_1 et calculer la valeur exacte de l'aire de A_1 en cm^2.

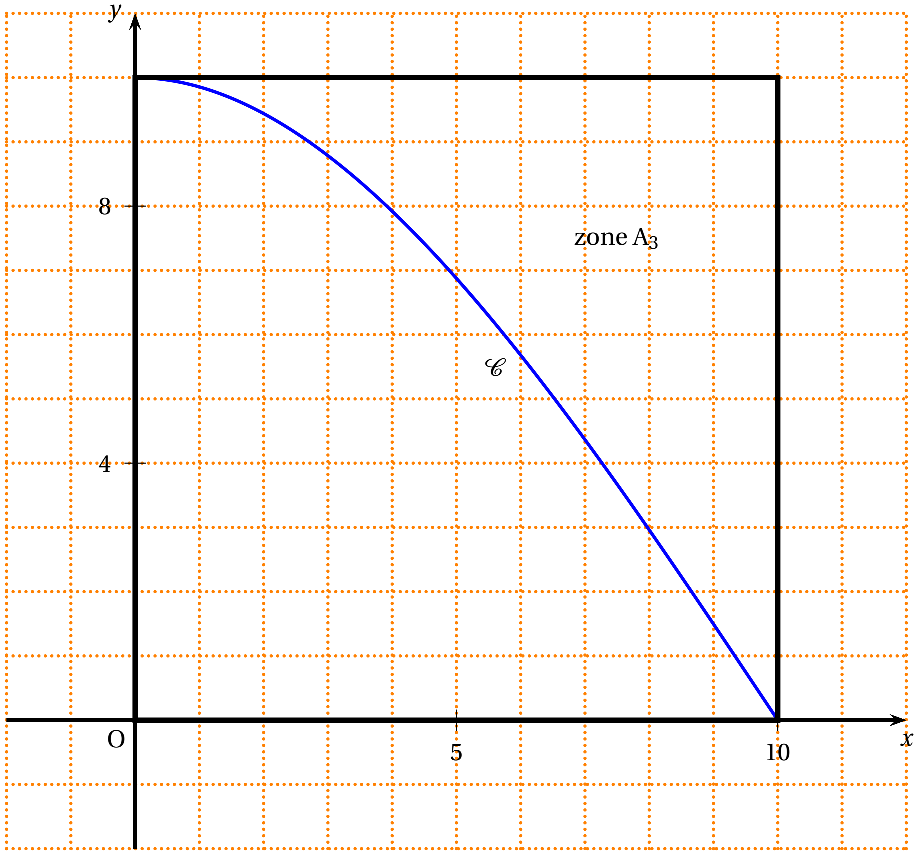
3. Les zones A_2 et A_3 sont séparées par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f définie sur $[0~;~10]$ par :

$$f(x) = \frac{x^3}{200} - \frac{3x^2}{20} + 10.$$

On note $\mathrm{J} = \displaystyle\int_0^{10} f(x)\,\mathrm{d}x$.

a. Calculer J.

b. En déduire l'aire de A_3 puis l'aire de A_2. Ces résultats seront donnés en cm^2, arrondis à 10^{-2} près.


y
8
4
zone A3
𝒞
O
5
10
x