Sciences et Technologies de l'Agronomie et de l'Environnement Métropole session juin 2002

Exercice 1

On a réalisé une étude statistique sur les candidats se présentant pour la première fois au permis de conduire à Paris en 1999. Cette étude montre que :

— 60 % des candidats obtiennent le permis de conduire dès la première tentative.

— 30 % des candidats ont pratiqué la conduite accompagnée.

— 80 % des candidats ayant pratiqué la conduite accompagnée obtiennent ce permis dès la première tentative.

On choisit un candidat au hasard. On note A et T les évènements suivants :

A : « Le candidat choisi a pratiqué la conduite accompagnée » ;

T : « Le candidat choisit a obtenu ce permis à la première tentative ».

$\overline{A}$ est l'évènement contraire de l'évènement A.

1. À l'aide de l'énoncé, donner les probabilités :
$p(T),\ p(A),\ p_A(T)$ (notée également $p(T/A)$).

2. Calculer $p\left(\overline{A}\right),\ p(A \cap T)$.

3. Montre que $p\left(\overline{A} \cap T\right) = 0,36$.

4. Calculer la probabilité qu'un candidat donné n'ait pas pratiqué la conduite accompagnée, sachant qu'il a obtenu ce permis à la première tentative.

5. Soit X la variable aléatoire traduisant l'acuité visuelle binoculaire des candidats au permis de conduire.

On admet que X suit une loi normale de moyenne $0,6$ et d'écart-type $0,2$.

On pourra utiliser une table de la loi normale centré réduite pour répondre à la question et on arrondira le résultat numérique à 10^{-2} *près.*

Quelle est la probabilité que l'acuité visuelle binoculaire soit inférieure à $0,5$?

Exercice 2

Partie A : détermination d'une fonction

La courbe $\mathscr{C}_f$ donnée en annexe est la représentation graphique dans un repère orthonormal d'une fonction f définie et dérivable sur $]0\ ;\ 3]$.
La droite T, tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1, est parallèle à l'axe des abscisses.

1. *À l'aide du graphique, et en expliquant la démarche adoptée, répondre aux questions suivantes :*

a. Donner $f(1)$ et $f'(1)$.

b. Déterminer le signe de $f'(x)$ pour tout x de $]0\ ;\ 3]$.

c. Que peut-on dire de l'axe des ordonnées pour la courbe $\mathscr{C}_f$? Donner la limite en 0 de f.

2. On admet que la fonction f est définie sur $]0\ ;\ 3]$ par :

$$f(x) = a\left(x^2 + x\right) + b(1 + \ln x),$$

a et b étant des nombres réels que l'on se propose de déterminer.

a. Montrer que pour tout x de $]0~;~3]$, $f'(x) = \dfrac{2ax^2 + ax + b}{x}$.

b. À l'aide des questions précédentes, calculer les réels a et b . En déduire l'expression de $f(x)$ pour tout x de $]0~;~3]$.

Partie B : étude de la fonction obtenue

Soit f la fonction numérique définie sur $]0~;~3]$ par :

$$f(x) = x^2 + x - 3(1 + \ln x).$$

1. Calculer la limite en 0 de f (vérifier avec le A 1. c.).

2. **a.** Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f.

b. Montrer que pour tout x de $]0~;~3]$, $f'(x)$ est du signe de $(x-1)(2x+3)$.

c. Dresser le tableau de variations de f sur $]0~;~3]$. (On indiquera la valeur exacte de $f(3)$).

3. Soit G la fonction définie sur $]0~;~3]$ par :

$$G(x) = x\ln x.$$

a. Calculer $G'(x)$ pour tout x de $]0~;~3]$.

b. En déduire une primitive F de f sur $]0~;~3]$.

c. Soit $\mathcal{D}$ le domaine plan limité par la courbe $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 3$.

Calculer, en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire du domaine $\mathcal{D}$.

ANNEXE