∽ Baccalauréat S.T.A.E.-S.T.P.A. ∽
Antilles–Guyane juin 2002

Exercice 1 : **4 points**

Les résultats des probabilités seront donnés sous forme décimale et arrondis à 10^{-3} *près.*

Un jardinier sème dix graines d'une même plante exotique dans des conditions identiques. La probabilité de germination de chaque graine de cette plante est 0,3. Les germinations sont supposées indépendantes.
On note X la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre de graines qui germent parmi les dix semées.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité que cinq graines exactement germent.
3. Calculer la probabilité d'obtenir au moins une germination.

Exercice 2 : **4 points**

Un commerçant achète ses agrumes chez deux fournisseurs A et B qui lui procurent respectivement 60 % et 40 % des pamplemousses qu'il vend.
Ces pamplemousses ont la chair jaune ou rose. On sait que :

- 30 % des pamplemousses du fournisseur A ont la chair jaune ;
- 40 % des pamplemousses du fournisseur B ont la chair jaune.

1. Décrire cette situation au moyen d'un arbre de probabilités, en précisant les valeurs des probabilités sur chacune des branches.
2. Paul achète un pamplemousse chez ce commerçant. Quelle est la probabilité qu'il ait la chair jaune et qu'il provienne du fournisseur A ?
3. Pierre achète un pamplemousse chez ce commerçant.
   a. Quelle est la probabilité qu'il ait la chair jaune ?
   b. Sachant qu'il avait effectivement la chair jaune, quelle est la probabilité qu'il provienne du fournisseur A ? Arrondir à 10^{-3} près.

Exercice 3 : **12 points**

La courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ donnée en annexe est la représentation graphique dans un repère orthonormal d'une fonction f définie pour tout réel x par

$$f(x) = (ax + b)\mathrm{e}^{-x},$$

où a et b sont deux constantes réelles.
La droite (T) est tangente à $\left(\mathscr{C}_f\right)$ au point d'abscisse 0.
On considère les points suivants : A$(1- ;\ 1)$, B$\left(2 ;\ \dfrac{3}{4}\right)$, E$(2 ; 0)$ et F $\left(\dfrac{1}{2} ;\ 0\right)$.

Partie A : recherche de la fonction

1. À l'aide du graphique, en expliquant la démarche adoptée, donner les valeurs de $f(0)$ et $f'(0)$.
2. Exprimer $f'(x)$ en fonction de a et b.
3. Déduire des questions précédentes que $a = 2$ et $b = 1$.

Partie B : étude de la fonction f définie pour tout réel x par

$$f(x) = (2x+1)\mathrm{e}^{-x}.$$

1. À l'aide du graphique, indiquer le comportement de $\left(\mathscr{C}_f\right)$ en $+\infty$. Justifier le résultat par un calcul.
   Que peut-on en déduire pour $\left(\mathscr{C}_f\right)$?
2. **a.** Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f (on pourra utiliser A. 2.) et étudier son signe.
   b. Construire le tableau de variations de f.

Partie C : calcul d'aire

1. Vérifier que la fonction F définie par $F(x) = -(2x+3)\mathrm{e}^{-x}$ est une primitive de f pour tout réel x. (on pourra utiliser A. 2.).
2. **a.** Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_{0,5}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$, puis sa valeur arrondie à 10^{-2} près.
   b. Interpréter géométriquement $\displaystyle\int_{0,5}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.
3. **a.** Calculer l'aire du trapèze (ABEF) en unités d'aire.
   b. Comparer les valeurs obtenues aux 2. a. et 3. a.

ANNEXE