

∞ Baccalauréat S.T.A.E.-S.T.P.A. ∞
Antilles–Guyane juin 2003

Exercice 1 :

4 points

Un voyageur européen a collectionné dans une boîte les pièces de 1 euro des pays qu'il a visités.

Il a dans sa boîte : 5 pièces françaises, 5 pièces italiennes, 3 pièces espagnoles, 2 pièces allemandes. On suppose ces pièces indiscernables au toucher.

L'épreuve consiste à tirer au hasard et simultanément 4 pièces dans la boîte.

Soit les évènements :

E : « Tirer exactement une pièce de chaque pays ».

F : « Tirer exactement deux pièces françaises ».

Les résultats des probabilités seront exprimés sous forme décimale, arrondis à 10^{-2} près.

1. Quel est le nombre de tirages possibles ?
2. Calculer la probabilité de l'évènement E .
3. Calculer la probabilité de l'évènement F .

Exercice 2 :

3 points

Le centre régional d'information et de coordination routière (C. R. I. R.) a étudié la vitesse des véhicules circulant sur une route nationale. Cette étude a montré que la variable aléatoire X , égale à vitesse (en km/h) des véhicules observés, suit la loi normale de moyenne $m = 95$ et d'écart-type $\sigma = 15$.

Les résultats des probabilités seront exprimés sous forme décimale, arrondis à 10^{-4} près.

Déterminer les probabilités pour qu'un véhicule :

1. ait une vitesse inférieure à 90 km/h.
2. ait une vitesse supérieure à 110 km/h.
3. ait une vitesse comprise entre 90 km/h et 110 km/h.

Exercice 3 :

13 points

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]0; 8]$ par

$$g(x) = 1 - x^2 - \ln x.$$

1. Calculer la limite en 0 de g .
2.
 - a. Calculer $g'(x)$ pour tout x de $]0; 8]$.
 - b. Montrer que pour tout x de $]0; 8]$, $g'(x)$ est négatif.
 - c. En déduire le tableau de variation de g sur $]0; 8]$. On indiquera la valeur exacte de $g(8)$.
3.
 - a. Calculer $g(8)$.
 - b. À l'aide du tableau de variation de g , préciser le signe de $g(x)$ sur les intervalles $]0; 1]$ et $[1; 8]$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0; 8]$ par

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 1 + \frac{\ln x}{2x}$$

et (\mathcal{C}) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité graphique 2 cm.

1. Calculer la limite en 0 de ! Que peut-on en déduire pour la courbe (C) ?
2. a. Montrer que pour tout x de $]0; 8]$, $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$.
 b. À l'aide du 3. de la partie A, montrer que :
 - $f'(x) \geq 0$ pour tout x de $]0; 1]$;
 - $f'(x) \leq 0$ pour tout x de $[1; 8]$.
 c. Dresser le tableau de variations de f sur $]0; 8]$. On indiquera les valeurs exactes de $f(1)$ et $f(8)$.
3. a. Recopier et compléter le tableau suivant où les valeurs numériques de f seront arrondies à 10^{-2} près.

x	0,25	0,5	1	1,5	2	3	4	6	8
$f(x)$									

- b. Construire la courbe (\mathcal{C}) dans le repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) de l'annexe.
4. a. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[2; 3]$.
 b. Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1} .