

Sciences et Technologies de l'Agronomie et de l'Environnement
Nouvelle Calédonie novembre 2003

Exercice 1

8 points

Les parties A et B sont indépendantes

Étude de boîtes produites par une fabrique d'emballages

Partie A

Dans cette partie, les résultats des probabilités seront exprimés sous forme décimale, arrondies à 10^{-3} près.

L'entreprise soumet l'ensemble des boîtes à deux tests pour détecter deux défauts A et B.

On dit qu'une boîte n'est pas défectueuse si elle ne présente ni le défaut A ni le défaut B.

Des études préliminaires ont montré que :

- 2 % des boîtes présentent le défaut A ;
- parmi les boîtes présentant le défaut A, 15 % présentent le défaut B ;
- parmi les boîtes ne présentant pas le défaut A, 5 % présentent le défaut B.

L'épreuve consiste à prélever au hasard une boîte. On considère les événements suivants :

- A : « La boîte présente le défaut A ».
- B : « La boîte présente le défaut B ».

1. Décrire cette situation au moyen d'un arbre en précisant les valeurs des probabilités sur chaque branche.
2. On prélève une boîte au hasard. Calculer la probabilité qu'elle ne présente ni le défaut A ni le défaut B.
3.
 - a. On prélève une boîte au hasard. Calculer la probabilité qu'elle présente le défaut B et qu'elle ne présente pas le défaut A.
 - b. En déduire la probabilité de l'évènement B .

Les boîtes sont expédiées dans une usine de conditionnement de compote. Soit X la variable aléatoire prenant pour valeurs la masse, exprimée en grammes, de ces boîtes pleines. On admet que X suit la loi normale de moyenne 500 et d'écart type 5.

On pourra utiliser une table de la loi normale centrée réduite pour répondre aux questions suivantes. Les résultats des probabilités seront exprimés sous forme décimale, arrondies à 10^{-4} près.

1. Calculer $P(X > 490)$.
2. Dans la pratique, ces boîtes ne sont commercialisables que si leur masse est comprise entre 490 g et 515 g, sinon elles doivent être reconditionnées. Sachant que l'usine conditionne 5 000 boîtes de compote par jour, à combien peut-on estimer le nombre de boîtes à reconditionner par jour ?

Exercice 2

12 points

Soit la fonction numérique f définie sur $[0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = 10e^{-\frac{x}{15}}.$$

On note (\mathcal{C}_f) sa courbe représentative dans un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unités graphiques : 0,5 cm en abscisses et 1 cm en ordonnées.

1.
 - a. Calculer la limite en $+\infty$ de f . En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe (\mathcal{C}_f) .

- b.** Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f Montrer que f' est strictement négative sur $[0; +\infty[$.
- c.** Dresser le tableau de variations de f sur $[0; +\infty[$.
- d.** Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[24; 25]$. Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2} .
- 2. a.** Recopier et compléter le tableau suivant :
Les valeurs numériques de f seront calculées et arrondies à 10^{-1} près.

x	0	1	4	9	10	15	20	30	40
$f(x)$									

- b.** Tracer, dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) de l'annexe, la courbe (\mathcal{C}_f) sur l'intervalle $[0; 40]$.
- 3. a.** Déterminer une primitive F de la fonction f sur $[0; +\infty[$.
- b.** Calculer la valeur exacte de $\int_0^{15} f(x) dx$ puis en donner une valeur arrondie à 10^{-2} près.
- c.** Interpréter géométriquement ce résultat.