Baccalauréat S.T.A.E.-S.T.P.A.
Métropole juin 1995

Exercice 1 : **7 points**

On pose l'hypothèse qu'un joueur de rugby a une chance sur trois de transformer une pénalité et que les tentatives sont indépendantes les unes des autres.

1. Lors d'un match, ce joueur tente de transformer 9 pénalités. Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de pénalités effectivement transformées par ce joueur.

a. Justifier que la loi de la variable aléatoire X est une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.

b. Déterminer les probabilités des évènements suivants :

- ce joueur transforme exactement 3 pénalités ;
- ce joueur transforme au moins 1 pénalité ;
- ce joueur transforme entre 4 et 6 pénalités (bornes incluses).

2. Lors d'un match, ce joueur tente de transformer n pénalités.

a. Déterminer en fonction de n la probabilité, notée P_n, pour que ce joueur ne transforme aucune pénalité.

b. En déduire le nombre minimal n_0 de pénalités à tenter pour que la probabilité P_n soit inférieure ou égale à $0,01$.

Exercice 2 : **13 points**

On considère la fonction définie sur $]0\,;\,4]$ par :

$$f(x) = 8\ln x - 4x + 4.$$

On note $(\mathscr{C})$ sa représentation graphique dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

1. Étudier la limite de f en 0. En déduire l'existence d'une asymptote.

2. Calculer la fonction dérivée f' de f. Montrer que $f'(x)$ est du signe de $(2-x)$. En déduire le tableau de variations de f.

3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $[3{,}5\,;\,3{,}7]$. Donner un encadrement d'amplitude 10^{-2} de cette solution.

4. Établir un tableau de valeurs numériques de f et construire $(\mathscr{C})$ dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ de l'annexe.

5. Déterminer une équation de la tangente à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 1 et tracer cette tangente.

6. a. Montrer que la fonction H définie sur $]0\,;\,4]$ par :

$$H(x) = x\ln x - x$$

est une primitive de la fonction ln.

b. Déduire de a. une primitive de la fonction f sur $]0\,;\,4]$.

c. Calculer l'aire, exprimée en cm^2, du domaine plan limité par l'axe des abscisses, la courbe $(\mathscr{C})$ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 3$.