∽ Baccalauréat S.T.A.E.-S.T.P.A. ∾
Métropole juin 1996

Exercice 1 : **7 points**

Les questions 1., 2. *et* 3. *sont indépendantes*

Un fleuriste cherche des fleurs à acheter auprès de ses fournisseurs. Il dispose de dix adresses de fournisseurs et veut en choisir quatre.

1. De combien de façons peut-il effectuer ce choix ?
2. Un des fournisseurs choisi fournit des fleurs bon marché mais dont une sur dix présente un défaut indiscernable (manque de résistance dans le temps). Le fleuriste constitue, avec ces fleurs, des bouquets de cinq fleurs. L'expérience consiste à choisir au hasard l'un de ces bouquets. Déterminer (on pourra utiliser, en justifiant, une table de la loi binomiale) :
   a. la probabilité pour que ce bouquet soit constitué de cinq fleurs présentant le défaut.
   b. la probabilité pour que ce bouquet soit entièrement sain.
   c. la probabilité pour que ce bouquet comporte 3 fleurs saines et 2 fleurs présentant le défaut.
3. Avec les fleurs d'un autre fournisseur, le fleuriste constitue des bouquets qu'il compte tous vendre au même prix.
   Ce prix suit la loi normale (Laplace-Gauss) de moyenne 50 francs et d'écart-type 10 francs. On prend un bouquet au hasard.
   a. Déterminer la probabilité pour que le prix du bouquet soit inférieur à 70 francs.
   b. Déterminer la probabilité pour que le prix de ce bouquet soit compris entre 40francs et 60 francs.

Exercice 2 : **13 points**

On considère la fonction f définie sur $[-3\,;\,1]$ par

$$f(x) = x\mathrm{e}^x + x^2 + 2x.$$

On note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

1. Calculer la dérivée f' de la fonction f et montrer que $f'(x) = (x+1)\left(\mathrm{e}^x + 2\right)$.
2. **a.** Étudier les variations de f sur $[-3\,;\,1]$.
   b. Dresser le tableau de variations de f sur $[-3\,;\,1]$. Les valeurs de $f(x)$ seront exprimées à 10^{-2} près.
3. **a.** Montrer que $(\mathscr{C})$ passe par l'origine O du repère.
   b. Justifier qu'il existe sur $[-3\,;\,1]$ un unique point d'intersection de $(\mathscr{C})$ avec l'axe des abscisses. Montrer que l'abscisse α de ce point est comprise entre $-2,4$ et -2.
   c. Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}.
4. Déterminer une équation de la tangente à $(\mathscr{C})$ en O et tracer cette droite dans le repère $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ de l'annexe.

5. **a.** Recopier et compléter le tableau suivant :

x	-3	$-2,5$	-2	-1	0	$0,5$	1
$f(x)$							

Les valeurs numériques de f seront calculées à 10^{-2} près.

b. Tracer la courbe $(\mathscr{C})$ dans le repère $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$ de l'annexe.

6. Soit G la fonction définie sur $[-3~;~1]$ par

$$G(x) = (x-1)\text{e}^{x}$$

et g la fonction définie sur $[-3~;~1]$ par $g(x) = x\text{e}^{x}$.

a. Montrer que G est une primitive de g sur $[-3~;~1]$.

b. En déduire une primitive F de f sur $[-3~;~1]$.

c. Hachurer sur le graphique le domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses, et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$.
Calculer l'aire, exprimée en cm^2, de ce domaine.