∽ Baccalauréat S.T.A.E.-S.T.P.A. ∾
Métropole La Réunion Mayotte juin 1997

Exercice 1 : **4 points**

On considère que 20 % des pièces de 10 F qui sont en circulation dans une ville donnée sont fausses.
Dans une laverie de cette ville, les machines à laver fonctionnent avec des pièces de 10 F.

Si une pièce est fausse, la machine la refuse 4 fois sur 5.

Si une pièce est vraie, la machine l'accepte à coup sûr.

1. Si un client met une pièce de 10 F prise au hasard, quelle est la probabilité pour que cette pièce soit refusée par la machine ?
2. L'une des machines de la laverie nécessite que l'on y mette successivement exactement 5 pièces de 10 F. Soit X la variable aléatoire représentant le nombre de pièces (sur les 5) rejetées par la machine.
   a. Justifier que X suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,16$.

   On exprimera les résultats suivants à 10^{-3} *près*

   b. Calculer la probabilité pour qu'aucune pièce ne soit rejetée.
   c. Calculer la probabilité pour qu'une seule pièce soit rejetée.
   d. Calculer la probabilité pour qu'au moins deux pièces soient rejetées.

Exercice 2 : **4 points**

On admet que la masse, exprimée en kg, des vaches de la race SALERS est une variable aléatoire dont la loi de probabilité est la loi normale de moyenne 650 et d'écart-type 50. En utilisant une table de loi normale :

1. Déterminer la probabilité pour qu'une vache de la race SALERS pèse plus de 610 kg.
2. Déterminer la probabilité pour qu'une vache de la race SALERS ait une masse comprise entre 600 kg et 700 kg.

Exercice 3 : **12 points**

On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,4]$ par

$$f(x) = 4\ln x - \frac{1}{2}x^2 + 2.$$

On note $(\mathscr{C})$ sa représentation graphique dans un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

1. Étudier la limite de la fonction f en O. En déduire l'existence d'une asymptote à $(\mathscr{C})$ dont on précisera une équation.
2. **a.** Calculer la fonction dérivée f' de la fonction f
   b. Montrer que $f'(x)$ est du signe de $(2-x)(2+x)$.
   c. Dresser le tableau de variations de f sur $]0\,;\,4]$.
3. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 1.

4. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	0,2	0,5	1	1,5	2	3	4
$f(x)$							

Les valeurs numériques de f seront calculées à 10^{-2} près.

5. Tracer la courbe v et la droite (T) dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ de l'annexe.

6. Soit F la fonction définie sur $]0 ; 4]$ par

$$F(x) = 4x\ln x - \frac{1}{6}x^3 - 2x.$$

   a. Montrer que la fonction F est une primitive de f sur $]0 ; 4]$.

   b. Hachurer sur le graphique le domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \text{e}$.

   c. Calculer l'aire de ce domaine. On donnera sa valeur exacte en unités d'aire, puis une valeur approchée exprimée en cm^2 au mm^2 près.