∽ Baccalauréat S.T.A.E.-S.T.P.A. ∾
Métropole La Réunion Mayotte juin 1999

Exercice 1 : **5 points**

Une urne contient 15 jetons indiscernables au toucher. Il y a 3 jetons rouges, 4 noirs et 8 blancs.
L'épreuve consiste à tirer simultanément deux jetons au hasard.

1. On note A l'évènement : « les deux jetons sont rouges ». Calculer la probabilité de l'évènement A.
2. On note B l'évènement : « les deux jetons sont de la même couleur ». Calculer la probabilité de l'évènement B.
3. On note C l'évènement : « au moins un des deux jetons est blanc ». Calculer la probabilité de l'évènement C.
4. Calculer la probabilité sachant que les deux jetons sont de la même couleur, de l'évènement : « les deux jetons sont blancs ».

Exercice 2 : **5 points**

Une machine d'ensachage de pruneaux d'Agen produit des sachets dont la masse requise est 1 kg.
De petites variations de remplissage existent et en réalité, la masse des sachets, exprimée en kg, suit la loi normale de moyenne $1,01$ kg et d'écart-type $0,01$ kg.
On pourra utiliser une table de la loi normale centrée réduite pour répondre aux questions suivantes.

1. Calculer la probabilité pour qu'un sachet pris au hasard ait une masse inférieure à 1 kg.

   En déduire, pour un lot de 1 000 sachets, le nombre approximatif de sachets ayant une masse inférieure à 1 kg.
2. Déterminer sur un lot de 1000 sachets :
   a. le nombre approximatif de sachets ayant une masse supérieure à $1,025$ kg.
   b. le nombre approximatif de sachets ayant une masse comprise entre 1 kg et $1,015$ kg.

Exercice 3 : **10 points**

Le graphique de l'annexe ci-jointe sera rendu avec votre copie.

Le graphique de l'annexe représente dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, unité graphique 1 cm, la courbe $(\mathscr{C})$ représentative d'une fonction f. Cette fonction est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. Dans tout le problème, la fonction dérivée de la fonction f est notée f'. La droite (T) est tangente à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 0.

Partie A

1. Donner, par lecture graphique :
   — une équation de la droite (T),
   — les valeurs de $f(0)$ et de $f'(0)$.

2. On admet que l'expression de la fonction f est de la forme suivante :

$$f(x) = x + a + b\mathrm{e}^{-x}$$

où a et b sont deux réels.
Déduire du 1. le système d'équations que a et b doivent vérifier.
En déduire a et b.

Partie B

On admettra dans cette partie que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x - 1 + 2\mathrm{e}^{-x}.$$

1. Calculer la dérivée f' de la fonction f.
Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire que f admet un minimum en $\ln 2$. Préciser la valeur exacte de ce minimum.

2. Tracer sur l'annexe la droite (D) d'équation $y = x - 1$.

3. **a.** Sur l'annexe, hachurer le domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, la droite (D), et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 3$.
Soit $\mathscr{A}$ l'aire, exprimée en cm^2, de ce domaine.

b. Déterminer une primitive F, sur $\mathbb{R}$, de la fonction f.

c. On note $\mathscr{A}_1$ l'aire, exprimée en cm^2, du domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses, et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 3$.
On note $\mathscr{A}_2$ l'aire, exprimée en cm^2, du domaine plan limité par la droite (D), l'axe des abscisses, et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 3$.
Calculer la valeur exacte de $\mathscr{A}_1$, $\mathscr{A}_2$, en déduire la valeur exacte de $\mathscr{A}$.
Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de $\mathscr{A}$.
N'oubliez pas de rendre l'annexe avec votre copie.

ANNEXE