Sciences et Technologies de l'Agronomie et de l'Environnement
Métropole–La Réunion juin 2004

L'utilisation d'une calculatrice et du formulaire est autorisŽée

Exercice 1 : **5 points**

Il y a sur une étagère 10 livres de formats identiques : 6 livres d'une collection A et 4 livres d'une collection B. Un enfant choisit, simultanément et au hasard, 4 livres.

1. Montrer qu'il y a 210 possibilités de choisir ces 4 livres.

2. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de livres de la collection A choisis parmi les 4.

  a. Quelles sont les différentes valeurs x que peut prendre X ?

  b. Calculer les probabilités p correspondant aux valeurs x trouvées en **a.**, puis recopier et compléter le tableau suivant, résumant la loi de probabilité associée à la variable aléatoire X.

  Les résultats seront donnés sous forme de fractions dont le dénominateur est 210.

x_i	0	1	2	3	4
$p(X = x_i) = p_i$					

Exercice 2 **6 points**

La courbe (C_f) donnée dans le document est la représentation graphique sur $[-4\ ;\ 4]$ dans un repère orthogonal, de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \cos(2x).$$

1. Par **lecture graphique** et en expliquant par une phrase la démarche adoptée :

  a. Préciser la parité de la fonction f sur $[-4\ ;\ 4]$.

  b. Résoudre sur $[-4\ ;\ 4]$ l'équation $f(x) = -1$.

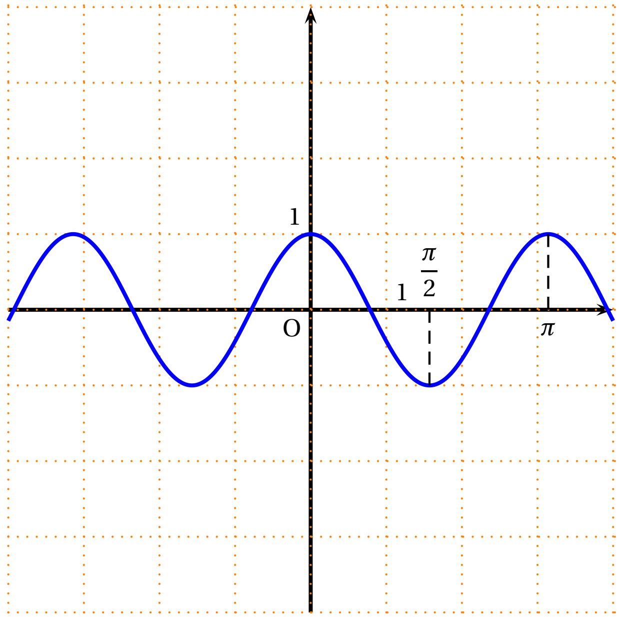
  c. Résoudre l'équation : $f'(x) = 0$ sur $[0\ ;\ \pi]$.

2. **Étude théorique**

  a. Calculer $f'(x)$.

  b. Retrouver par le calcul les solutions de équation $f'(x) = 0$ sur $[0\ ;\ \pi]$.

  c. Déterminer une équation de la tangente à la courbe (C_f) au point d'abscisse $\dfrac{\pi}{4}$.



Exercice 3 **9 points**

On traite des bactéries par un antiseptique dans un milieu fermé. L'expression approximative, en fonction du temps t exprimé en secondes, du nombre de bactéries restant à tout instant t dans le milieu étudié est : $100\,000\mathrm{e}^{-0,4t}$ Soit g la fonction définie sur $[0~;~+\infty[$ par :

$$g(t) = 100\,000\mathrm{e}^{-0,4t}.$$

On note (Γ_g) la courbe représentative de g dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$, d'unités graphiques 1 cm pour 1 seconde en abscisses et 1 cm pour 10 000 unités en ordonnées.

1. Déterminer le nombre de bactéries à l'instant $t = 0$ puis à l'instant $t = 10$ (valeur arrondie à l'unité près).
2. **a.** Calculer la limite en $+\infty$ de la fonction g. Interpréter graphiquement le résultat.

   b. Calculer $g'(t)$ pour t élément de $[0~;~+\infty[$.

   c. Montrer que g est décroissante sur $[0~;~+\infty[$.

   d. Dresser le tableau de variations de g sur $[0~;~+\infty[$.
3. Recopier et compléter le tableau suivant :
   Les valeurs numériques de g seront arrondies à l'unité près.

t	0	2	4	6	8	10	12
$g(t)$							

4. Construire la courbe (Γ_g) dans le repère orthogonal $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.
5. **a.** Montrer que la fonction G définie sur $[0~;~+\infty[$ par : $G(t) = -250\,000\mathrm{e}^{0,4t}$ est une primitive de g sur $[0~;~+\infty[$.

   b. Calculer la valeur exacte du réel $I = \displaystyle\int_0^{10} g(t)\,\mathrm{d}t$.
6. Le réel $\dfrac{I}{10}$ représente le nombre moyen de bactéries dans ce milieu entre les instants 0 et 10. Calculer ce nombre moyen, arrondi à l'unité près.