☙ Baccalauréat S.T.A.E.-S.T.P.A. ❧
Métropole septembre 1996

Exercice 1 : **3 points**

À l'issue d'une fabrication, on a constaté qu'un élément pouvait présenter deux sortes de défauts :

- ▹ le défaut, noté D_1, avec une probabilité de $0,03$;
- ▹ le défaut D_2, avec une probabilité de $0,07$.

On prélève un élément au hasard, et on considère les évènements suivants :

E : « L'élément prélevé présente le défaut D_1 ».

F : « L'élément prélevé présente le défaut D_2 ».

A : « L'élément prélevé présente les défauts D_1 et D_2 ».

B : « L'élément prélevé présente au moins l'un des deux défauts ».

C : « L'élément prélevé ne présente aucun défaut ».

On suppose que les évènements E et F sont indépendants. Calculer les probabilités des événements A, B et C.

Exercice 2 : **4 points**

On considère une production végétale dont le caractère « masse » est une variable aléatoire, notée X, dont la loi de probabilité est la loi normale (de Laplace-Gauss) de moyenne 220 grammes et d'écart-type 25 grammes. On prélève un élément au hasard.

1. Calculer la probabilité pour que la masse de cet élément soit inférieure à 250 grammes.
2. Calculer la probabilité pour que la masse de cet élément soit supérieure à 200 grammes.
3. Calculer la probabilité pour que la masse de cet élément soit comprise entre 180 et 280 grammes.

Exercice 3 : **13 points**

On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = 1 + \ln(2x).$$

On note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$. Unité graphique : 2 cm.

1. Étudier les limites de f en 0 et en $+\infty$. En déduire que la courbe $(\mathscr{C})$ admet une asymptote qu'on précisera.
2. **a.** Calculer la dérivée f' de la fonction f et montrer que f est positive.

   b. En déduire la variation de f.

   c. Dresser le tableau de variation de f sur $]0\,;\,+\infty[$.
3. Résoudre l'équation $f(x) = 0$. Interpréter graphiquement ce résultat pour la courbe $(\mathscr{C})$.
4. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$.

5. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	0,1	0,2	0,3	0,5	1	2	3
$f(x)$							

Les valeurs numériques de f seront calculées à 10^{-1} près.

6. Tracer la courbe $(\mathscr{C})$ et la droite (T) dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ de l'annexe. On se limitera aux valeurs de x de l'intervalle $]0~;~3]$.

7. Soit F la fonction définie sur $]0~;~3]$ par : $F(x) = x\ln(2x)$.

a. Montrer que F est une primitive de f sur $]0~;~3]$.

b. Hachurer sur le graphique le domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 2$.

c. Calculer l'aire de ce domaine : on donnera sa valeur exacte en unités d'aire, puis une valeur approchée en cm^2 à 10^{-2} près.