

∞ Baccalauréat S.T.A.E.-S.T.P.A. ∞
Métropole La Réunion Mayotte juin 1998

Exercice 1 :

4 points

On considère que la probabilité qu'un étudiant inscrit dans une école technique en sorte diplômé est 0,6.

On considère un groupe de 5 étudiants et on note X la variable aléatoire qui prend pour valeurs le nombre d'étudiants sortant diplômés dans ce groupe.

1. Justifier que la loi de X est une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Déterminer les probabilités des événements suivants :
 - a. Les 5 étudiants sortent diplômés.
 - b. Un seul étudiant sort diplômé.
 - c. Au moins un étudiant sort diplômé.

Exercice 2 :

4 points

Une machine conditionne des sachets de thé en boîtes.

On admet que la masse des boîtes, exprimée en grammes, est une variable aléatoire dont la loi de probabilité est la loi normale de moyenne 50 et d'écart-type 1.

1. Déterminer la probabilité pour que la masse d'une boîte dépasse 52 grammes.
2. On accepte de ne commercialiser que les boîtes dont la masse est comprise entre 48,5 et 51,5 grammes.
 - a. Calculer la probabilité pour qu'une boîte prise au hasard soit commercialisée.
 - b. Estimer le nombre de boîtes pouvant être commercialisées sur une production de 100 000 boîtes.

Exercice 3 :

12 points

On traite une plante avec un fongicide. On note $f(t)$ la quantité, exprimée en mg, de fongicide présent dans la plante.

On admet que l'expression de $f(t)$ est :

$$f(t) = 8e^{-t} - 8e^{-2t}$$

où t est le temps (exprimé en nombre de jours) écoulé depuis le traitement effectué à la date $t = 0$.

L'objet de l'exercice est donc d'étudier la fonction numérique f définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = 8e^{-x} - 8e^{-2x}$.

On note (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) , d'unité graphique 3 cm.

1. Étudier la limite de f en $+\infty$. En déduire l'existence d'une asymptote que l'on précisera.
2.
 - a. Calculer la fonction dérivée f' de la fonction !
 - b. Montrer que $f'(x)$ peut s'écrire $f'(x) = e^{-2x}(2 - e^x)$.
 - c. Étudier le signe de $f'(x)$. Dresser le tableau des variations de f sur $[0; +\infty[$.
3. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	0	0,5	1	1,5	2	3	4
$f(x)$							

Les valeurs numériques de f seront calculées à 10^{-2} près.

4. Placer les points du 3. et tracer la courbe (\mathcal{C}) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) de l'annexe.
5. À partir du graphique du 4., décrire l'évolution de la quantité de fongicide présent dans la plante en fonction du temps.
6. a. Montrer que la fonction F définie sur $[0; +\infty[$ par

$$F(x) = 8 \left(-e^{-x} + \frac{1}{2}e^{-2x} \right)$$

est une primitive de f .

- b. La quantité moyenne de fongicide présente dans la plante pendant un intervalle de temps $[a; b]$ est donnée par : $M_{[a; b]} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$.

Calculer $\int_{0,12}^{2,18} f(x) dx$.

- c. En déduire la quantité moyenne de fongicide présente dans la plante entre 0,12 jours et 2,18 jours. Le résultat sera donné à 10^{-1} près.