Baccalauréat S.T.A.E.-S.T.P.A.
Métropole septembre 2001

Exercice 1 : **4,5 points**

Un laboratoire possède un lot de souris dont 40 % sont grises et 60 % sont blanches. Parmi les souris grises, 20 % ont une maladie M. On sait également que 12 % du total des souris sont blanches et ont la maladie M.
On considère les évènements :

B : « Être une souris blanche ».

G : « Être une souris grise ».

M : « Être une souris malade de la maladie M ».

On pourra utiliser une représentation en arbre ou tableau pour décrire cette situation.

On retire du lot une souris au hasard.

1. Déterminer la probabilité que cette souris soit malade.
2. Déterminer la probabilité sachant qu'elle est malade, que cette souris soit grise.
3. Les évènements B et M sont-ils indépendants ?

Exercice 2 : **4 points**

Une machine permet de fabriquer des tiges métalliques.
On note X la variable aléatoire prenant pour valeurs le diamètre, exprimé en millimètres, de ces tiges. On admet que X suit une loi normale de moyenne 5 et écart-type $0,1$.
On pourra utiliser une table de loi normale centrée réduite pour répondre aux questions suivantes et on donnera une valeur approchée des résultats à 10-3 près.

1. Déterminer la probabilité que le diamètre d'une tige prélevée au hasard soit inférieur à 5,125 mm.
2. Déterminer la probabilité que le diamètre d'une tige prélevée au hasard soit compris entre 4,85 mm et 5,15 mm.

Exercice 3 : **11,5 points**

Partie A

La courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ présentée dans le document en annexe est la représentation graphique dans le repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm, d'une fonction f définie et dérivable sur $[-1,2~;~+\infty[$.
Les droites (T) et (T') sont les tangentes à $\left(\mathscr{C}_f\right)$ aux points d'abscisses respectives 0 et 2.
La droite (T), parallèle à l'axe des abscisses, est aussi asymptote à $\left(\mathscr{C}_f\right)$ en $+\infty$.
Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes en expliquant la démarche adoptée :

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
2. Donner une valeur approchée de $f(2)$.
3. Résoudre :
   a. $f(x) = 0$.

b. $f'(x) = 0$.

c. $f(x) < 2$.

Partie B

On admet que la fonction numérique f de la partie A est définie sur $[-1,2~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = 2 - x^2\text{e}^{-x}.$$

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$. On pourra utiliser : $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\text{e}^x}{x^2} = +\infty$.

2. **a.** Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f.

b. Montrer que $f'(x)$ est du signe de $x(x-2)$.

c. En déduire le signe de $f'(x)$ sur $[-1,2~;~+\infty[$ et dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[-1,2~;~+\infty[$.

3. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur $[-1~;~-0,5]$.

b. Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

4. **a.** Montrer que la fonction F définie sur $[-1,2~;~+\infty[$ par

$$F(x) = 2x + \left(x^2 + 2x + 2\right)\text{e}^{-x}$$

est une primitive de la fonction f sur $[-1,2~;~+\infty[$.

b. Calculer l'aire du domaine plan limité par la courbe $\left(\mathcal{C}_f\right)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 3$.

On donnera sa valeur exacte en unités d'aire puis une valeur approchée en cm^2 à 10^{-2} près.

ANNEXE