Baccalauréat S.T.A.E.-S.T.P.A.
Métropole septembre 2002

Exercice 1 : **5 points**

Dans une classe, on estime que 12 % des élèves n'ont pas appris leur leçon un jour donné. Lors d'un test de connaissances réalisé dans ces conditions, on sait que :

- 95 % des élèves qui n'ont pas appris leur leçon obtiennent une note inférieure à 5/20 ;
- 2 % des élèves qui ont appris leur leçon obtiennent une note inférieure à 5/20.

On choisit au hasard ce jour-là un élève pour passer le test de connaissances.

On note A l'évènement : « l'élève n'a pas appris sa leçon ».
On note B l'évènement : « l'élève obtient au test une note inférieure à 5/20 ».

1. Décrire cette situation au moyen d'un arbre de probabilités, en précisant les valeurs des probabilités sur chacune des branches.
2. Montrer que la probabilité qu'un élève choisi au hasard dans cette classe ce jour-là ait une note de test inférieure à 5/20 est 0,131 6.
3. Sachant qu'un élève a obtenu une note inférieure à 5/20, quelle est la probabilité qu'il n'ait pas appris sa leçon ?
   On donnera ce résultat sous forme décimale, arrondie à 10^{-2} près.

Exercice 2 : **4,5 points**

Soit X la variable aléatoire prenant pour valeurs les masses (exprimées en grammes) des cochons d'Inde adultes d'un élevage. On admet que X suit la loi normale de moyenne 580 et d'écart type 40.
On pourra utiliser une table de la loi normale centrée réduite pour répondre aux questions suivantes et on arrondira les résultats à 10^{-3} près :

1. Déterminer la probabilité qu'un cochon d'Inde adulte pris au hasard dans cet élevage :
   a. pèse moins de 640 grammes.
   b. pèse plus de 500 grammes.
   c. ait une masse comprise entre 520 g et 640 g.
2. Pour être commercialisable, un cochon d'Inde adulte doit peser plus de 500 g.
   Parmi les 1 000 cochons d'Inde adultes de l'élevage, combien sont commercialisables ?

Exercice 3 : **10,5 points**

Soit la fonction numérique f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = x^2 - 3 - 2\ln x.$$

On note $\left(\mathscr{C}_f\right)$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 2 cm en abscisses et 1 cm en ordonnées.

1. **a.** Déterminer la limite de f en 0. Que peut-on en déduire pour $\left(\mathscr{C}_f\right)$?
   b. Vérifier que pour tout x de $]0\,;\,+\infty[$, $f(x)$ peut s'écrire $x\left(x - \dfrac{3}{x} - 2 \times \dfrac{\ln x}{x}\right)$ et calculer la limite de la fonction f en $+\infty$.
2. **a.** Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f sur $]0\,;\,+\infty[$.

b. Montrer que pour tout x de $]0\ ;\ +\infty[$, $f'(x)$ est du signe de $x^2 - 1$.

c. En déduire le signe de $f'(x)$ pour tout x de $]0\ ;\ +\infty[$.

d. Dresser le tableau de variations de f sur $]0\ ;\ +\infty[$.

3. a. À l'aide du tableau de variations, et sans autre justification, donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$. Que peut-on en déduire pour $\left(\mathcal{C}_f\right)$?

b. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[1\ ;\ 3]$.

c. Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

4. a. Recopier et compléter le tableau suivant (les valeurs numériques de f seront arrondies à 10^{-2} près) :

x	0,1	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4	5
$f(x)$									

b. Tracer la courbe $\left(\mathcal{C}_f\right)$ dans le repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ de l'annexe.