Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant
Nouvelle Calédonie novembre 2005

Exercice 1 **6 points**

Dans tout l'exercice, les résultats des probabilités seront donnés sous forme décimale.
Une entreprise fabrique en série des lots de 1 000 boîtes. Il y a deux types de boîtes T1 et T2, chaque boîte pouvant être livrée en trois coloris distincts : vert, bleu ou bien rouge.
On considère un lot de 1 000 boîtes dans lequel :

— 40 % des boîtes sont vertes dont 20 % du type T1 ;
— 30 % des boîtes sont bleues dont 20 % de type T2 ;
— toutes les boîtes rouges sont du type T2.

1. Recopier et compléter le tableau.

	Type T1	Type T2	Total
Vertes			
Bleues			
Rouges			
Total			1 000

2. Une boîte est choisie au hasard dans un lot.

a. Déterminer la probabilité de chacun des évènements suivants :
— A : « La boîte est de type T1 » ;
— B : « La boîte est de type T1 et elle est bleue » ;
— C : « La boîte est de type T2 ou elle est verte » ;
— D : « La boîte n'est pas rouge ».

b. Déterminer la probabilité que la boîte soit bleue sachant qu'elle est de type T1.

Exercice 2 **5 points**

Soit f la fonction définie sur $I = [-2\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{2+x}{\mathrm{e}^x}$$

et $\left(\mathcal{C}_f\right)$ la courbe représentative de f dans un repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

1. a. En remarquant que $f(x) = \dfrac{2}{\mathrm{e}^x} + \dfrac{x}{\mathrm{e}^x}$, calculer la limite de f en $+\infty$.
On rappelle que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{\mathrm{e}^x} = 0$.

b. En déduire l'existence d'une asymptote (à préciser) à v.

2. a. Calculer $f'(x)$.

b. Montrer que $f'(x)$ est du signe de $(-x-1)$ sur I.

c. En déduire le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f sur I.
On précisera les valeurs exactes de $f(-2)$ et $f(-1)$.

Exercice 3 **9 points**

Partie A : étude graphique

Soit g la fonction définie sur $[-\pi ; \pi]$ par

$$g(x) = 2\sin x - 1.$$

La courbe $\left(\mathscr{C}_g\right)$ donnée en annexe est la représentation graphique, dans un repère orthonormal, de g sur $[-\pi ; \pi]$.
Par lecture graphique répondre aux questions suivantes en expliquant la démarche adoptée.

1. Résoudre sur $[-\pi ; \pi]$, l'équation $g(x) = 0$.
2. Résoudre sur $[-\pi ; \pi]$, l'équation $g'(x) = 0$.
3. Résoudre sur $[-\pi ; \pi]$, l'inéquation $g(x) < 0$.

Partie B : étude théorique

1. Retrouver par le calcul les solutions de l'équation $g(x) = 0$ sur $[-\pi ; \pi]$.
2. **a.** Calculer $g'(x)$.
   b. Déterminer une équation de la tangente (T) à $\left(\mathscr{C}_g\right)$ au point d'abscisse $\frac{\pi}{3}$.
3. **a.** Déterminer une primitive de la fonction g sur $[-\pi ; \pi]$.
   b. Calculer, en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire du domaine plan limité par la courbe $\left(\mathscr{C}_g\right)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \frac{\pi}{6}$ et $x = \frac{\pi}{2}$.

ANNEXE
Courbe $(\mathscr{C}_g)$