Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant
Métropole–La Réunion 11 juin 2018

La calculatrice est autorisée.

Les annexes A, B et C sont à rendre avec la copie après avoir été numérotées.

EXERCICE 1 **6 points**

L'escargot des haies (*Cepaea nemoralis*) est caractérisé par une coquille de couleur jaune ou de couleur rose. Certaines coquilles sont dépourvues de bandes, alors que d'autres sont décorées de bandes brunes longitudinales.
Parmi ses nombreux prédateurs, on compte la grive musicienne, très friande d'escargots.

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

Dans une haie d'arbustes, on considère une population d'escargots :

- 45 % ont une coquille de couleur rose, les autres sont jaunes ;
- Parmi les escargots à coquilles roses, 28 % ont des bandes brunes.

Une grive musicienne attrape un escargot de la haie d'arbustes au hasard. On considère que cela correspond à un prélèvement aléatoire d'un escargot parmi ceux de la haie.
On définit les événements suivants :

- J : « l'escargot attrapé possède une coquille jaune » ;
- R : « l'escargot attrapé possède une coquille rose » ;
- B : « l'escargot attrapé possède une coquille pourvue de bandes brunes ».

Si l'escargot attrapé ne possède pas de bandes brunes, on dira dans la suite de cet exercice que sa coquille est unie et l'on notera $\overline{B}$ cet événement.

1. Construire un arbre de probabilités traduisant cette situation (certaines branches resteront incomplètes).
2. Calculer la probabilité que l'escargot attrapé possède une coquille rose avec des bandes brunes.

La moitié des escargots de la haie ont des coquilles comportant des bandes brunes.

3. **a.** Justifier que $p(J \cap B) = 0,374$.

   b. En déduire que $p\left(J \cap \overline{B}\right) = 0,176$.

4. **a.** L'escargot attrapé par la grive est de couleur jaune. Calculer la probabilité que l'escargot ait des bandes sur sa coquille.

   D'après les scientifiques, les escargots à coquille unie sont plus facilement repérés et donc mangés par les grives musiciennes, alors que les escargots avec des bandes brunes souffrent plus du soleil et de la chaleur.

   b. Cette probabilité calculée en **4a** est-elle cohérente avec l'affirmation des scientifiques ? Justifier.

Source : http ://www.cndp.fr/evolution-des-especes/…/lescargot-des-haies.html

Partie B

Les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

L'escargot petit-gris (*Helix aspersa aspersa*) est apprécié par certains gastronomes. En se promenant dans la nature, on peut en ramasser mais on ne repérera que les plus gros, les plus jeunes étant souvent trop petits à l'œil nu pour être distingués.
On considère la variable aléatoire X qui à tout escargot petit-gris repéré par un promeneur associe le diamètre en mm de sa coquille. On admettra que X suit la loi normale de moyenne μ et d'écart type $\sigma = 4$.
La courbe de Gauss associée à X (ou courbe de densité de probabilité associée à X) est donnée en **annexe A**.
On laissera sur le graphique tout tracé utile justifiant la démarche.

1. Par lecture graphique, en expliquant la démarche, donner la valeur de μ.
2. On sait que $p(X \leqslant 18) = 0,023$. À l'aide de ce résultat et du graphique ou à l'aide d'une autre méthode que vous expliquerez, déterminer $p(18 \leqslant X \leqslant 34)$. Interpréter la valeur obtenue dans le contexte de l'exercice.

Selon la réglementation, le petit-gris ne peut être ramassé que s'il a une coquille de 30 mm de diamètre minimum.

3. Justifier qu'environ 15,9 % des escargots petit-gris repérés par des promeneurs dans la nature ont la taille qui convient pour être ramassés.

Rappel : Si une variable aléatoire Y suit la loi normale de moyenne μ et d'écart type σ,
$P(\mu - \sigma \leqslant Y \leqslant \mu + \sigma) \approx 0,683$; $P(\mu - 2\sigma \leqslant Y \leqslant \mu + 2\sigma) \approx 0,955$; $P(\mu - 3\sigma \leqslant Y \leqslant \mu + 3\sigma) \approx 0,997$.

EXERCICE 2 **6,5 points**

PARTIE A
On considère la fonction f définie sur $[0~;~+\infty[$ par $f(x) = 35\mathrm{e}^{-0,053x}$.
Soit $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.

1. **a.** Déterminer la limite de la fonction f quand x tend vers $+\infty$.
   b. Interpréter graphiquement ce résultat.
2. On note f' la fonction dérivée de f.
   a. Calculer $f'(x)$ pour x appartenant à $[0~;~+\infty[$.
   b. Déterminer le signe de $f'(x)$.
   c. Construire le tableau de variation de f sur $[0~;~+\infty[$.
3. **a.** Compléter le tableau de valeurs donné en **Annexe A**. Les résultats seront arrondis à 10^{-1} près.
   b. Tracer $\mathcal{C}_f$ dans le repère orthogonal de l'**Annexe B**.

PARTIE B

Le hérisson européen est une espèce menacée dont l'étude de la population a été surtout menée au Royaume-Uni. Les causes de cette disparition sont le trafic automobile, ainsi que l'utilisation de certains pesticides.
La fonction f étudiée dans la PARTIE A modélise l'évolution, au Royaume-Uni, du nombre de hérissons (exprimé en millions).
Les années sont numérotées à partir de 1950 en prenant $x = 0$ pour l'année 1950, $x = 1$ pour 1951, $\dots$, $x = 10$ pour 1960 et ainsi de suite.

1. Des études statistiques britanniques démontrent que la population de hérissons est passée d'environ 35 millions en 1950 à 1 million en 2017, au Royaume Uni.

   Retrouver ces résultats à l'aide du modèle proposé dans cet exercice.

2. **a.** Résoudre, par la méthode de votre choix, l'inéquation $f(x) < 10$ en donnant le résultat arrondi à l'unité près.

   b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Dans la question 3, toute démarche, même incomplète, sera prise en compte dans la notation.

3. En ne prenant en considération que le seul critère énoncé ci-dessous et les informations suivantes, expliquer dans quelle catégorie (vulnérable, en danger, en voie d'extinction) se situe le hérisson européen au Royaume-Uni depuis 1950.

L'Union Internationale pour la Conservation de la Nature (UICN) a établi plusieurs critères pour déterminer si une espèce est menacée ou non. En simplifiant, l'un d'entre eux précise :

- Une espèce est « vulnérable » lorsqu'il y a réduction constatée ou modélisée des effectifs d'au moins 30 % depuis 10 ans ou trois générations, selon la plus longue des deux périodes.
- Une espèce est « en danger » lorsqu'il y a réduction constatée ou modélisée des effectifs d'au moins 50 % depuis 10 ans ou trois générations, selon la plus longue des deux périodes.
- Une espèce est « en voie d'extinction » lorsqu'il y a réduction constatée ou modélisée des effectifs d'au moins 80 % depuis 10 ans ou trois générations, selon la plus longue des deux périodes.

La durée de vie d'une génération de hérissons européens est de 4 à 5 ans et dans cet exercice, on prendra la valeur de 5 ans.

Sources : sauvonslesherissons.fr
et uicn. fr/liste-rouge-mondiale/

EXERCICE 3 **(3,5 points)**

Au 1er mars 2018, une piscicultrice possède un bassin central qui comporte 450 truites d'élevage. Elle estime que la population augmente de 2 % chaque mois grâce à des lots qu'elle achète ou des transferts entre bassins.
On modélise le nombre de truites dans le bassin central par la suite (u_n) où n est le nombre de mois écoulés depuis le 1er mars 2018. On a donc $u_0 = 450$.

1. Calculer u_1 et u_2 (résultats donnés à l'unité près).
2. Justifier que pour tout entier naturel n, on a : $u_n = 450 \times 1,02^n$.

Pour des soucis de réglementation par rapport à la taille du bassin central, la piscicultrice doit transférer des truites vers un autre bassin dès que la population dépasse 500 truites. Elle souhaite donc avoir une idée du mois au cours duquel ce seuil sera atteint.

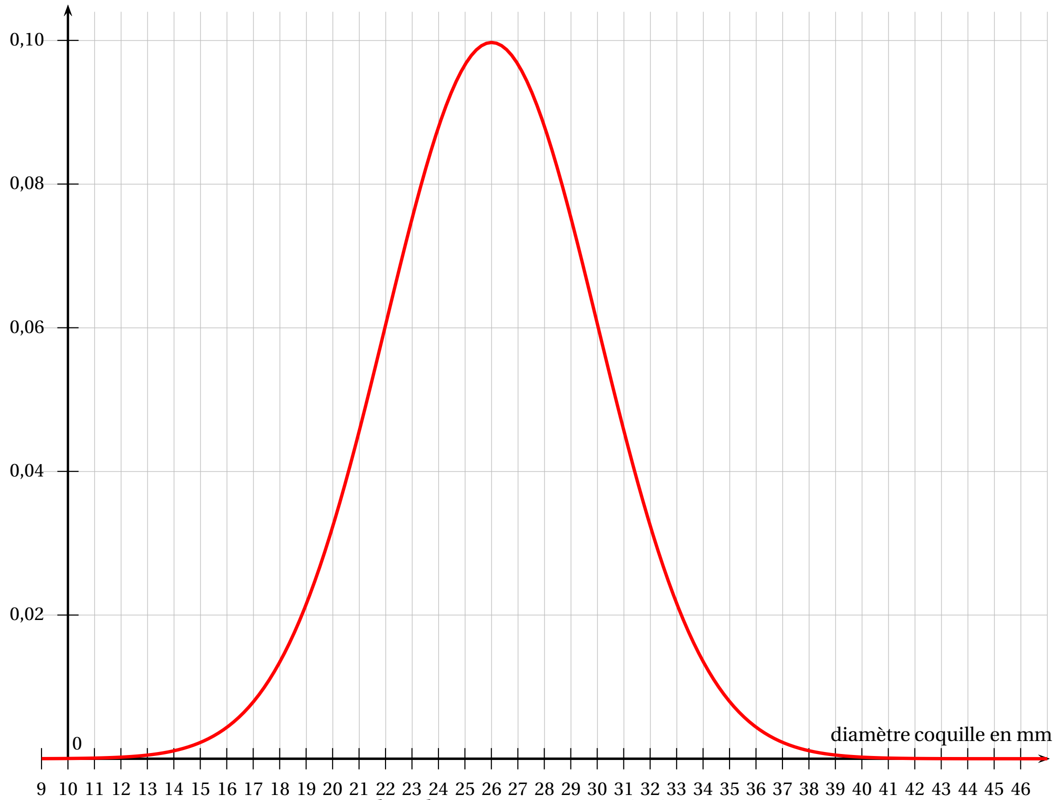
3. Déterminer, par la méthode de votre choix que vous expliquerez, la réponse concrète au problème posé.

EXERCICE 4 **(4 points)**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple donné en **Annexe C**, dont les questions sont indépendantes les unes des autres. Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse inexacte ou l'absence de réponse n'enlève pas de point.

ANNEXE A (à compléter, numéroter et à rendre avec la copie)

EXERCICE 1



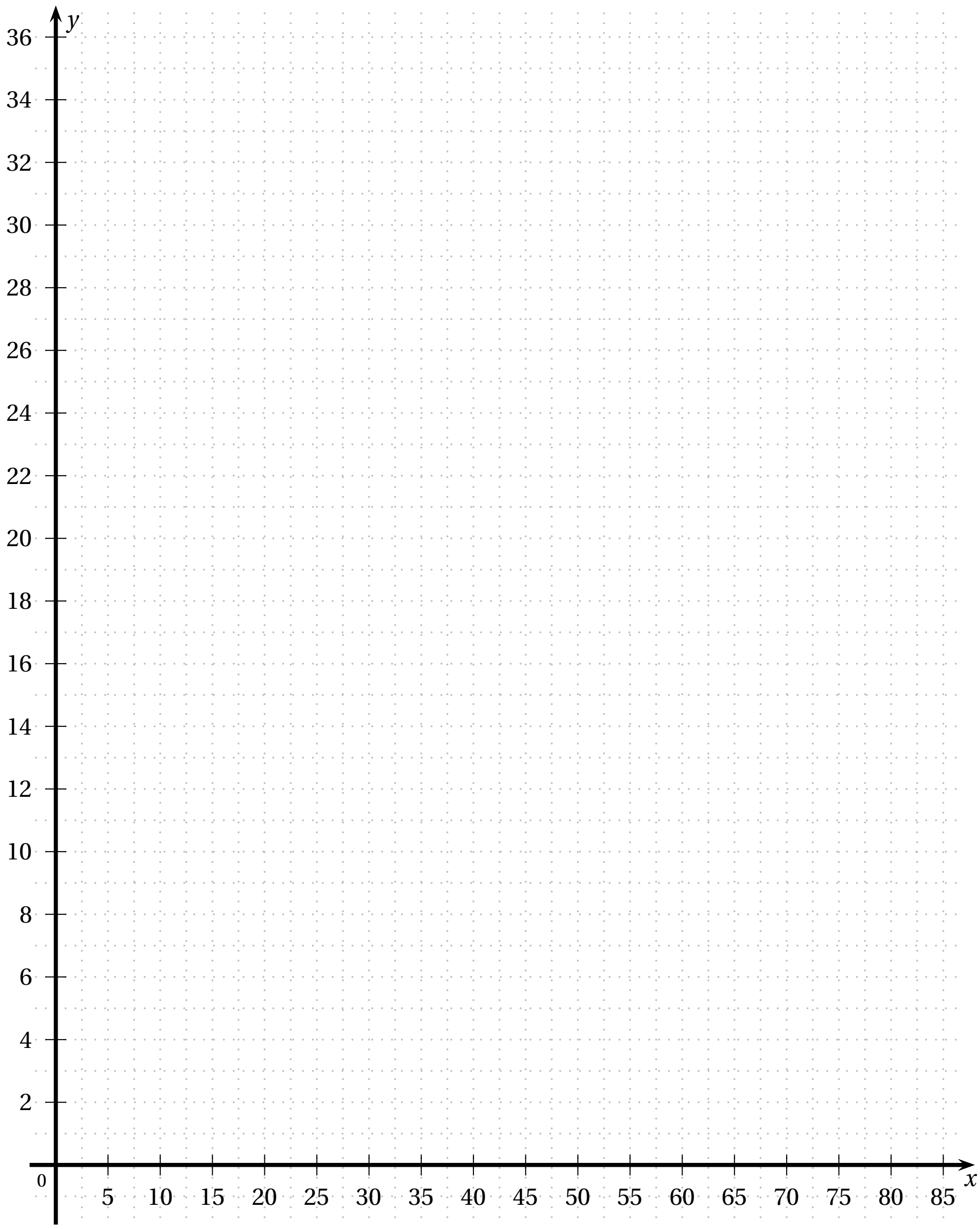
Courbe de Gauss associée à X.

EXERCICE 2

x	0	5	10	15	20	30	40	55	70
$f(x)$									

ANNEXE B (à compléter, numéroter et à rendre avec la copie)

EXERCICE 2



ANNEXE C (à compléter, numéroter et à rendre avec la copie)

EXERCICE 4

Pour chaque question, entourer la réponse exacte.

remarque : l'ensemble de définition des fonctions f et g a été changé par rapport au texte original donnant $[0\ ;\ +\infty[$.

1. On considère la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = x\ln(x)$. La fonction dérivée f' est définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

   a. $f'(x) = \ln(x)$ **b.** $f'(x) = 1$ **c.** $f'(x) = 1 + \ln(x)$ **d.** $f'(x) = \ln(x) - 1$.

2. On considère la fonction g définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = \ln(x)$. Une équation de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 1 est :

   a. $y = g'(1) + g(1)(x-1)$ **b.** $y = \mathrm{e}x$ **c.** 0 **d.** $y = x - 1$.

3. La valeur exacte de $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$ est :

   a. $\ln(2)$ **b.** $0,6931471806$ **c.** $-0,5$ **d.** 1.

4. On considère l'algorithme suivant où $\begin{pmatrix} N \\ K \end{pmatrix}$ est un coefficient binomial qui se lit « K parmi N ».

Variables
N est du type nombre entier
P est du type nombre réel
S est du type nombre réel
Initialisation
N prend la valeur 12
P prend la valeur 0,1
S prend la valeur 0
Traitement
Pour K allant de 0 à 3 faire
$\quad$ S prend la valeur $S + \begin{pmatrix} N \\ K \end{pmatrix} \times P^K \times (1-P)^{N-K}$
Fin de Pour
Sortie
Afficher S

   Le résultat arrondi à 10^{-3} près de S donné par l'algorithme est :

   a. $0,282$ **b.** $0,974$ **c.** $0,999$ **d.** 1.