

Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant

Métropole-La Réunion septembre 2018

La calculatrice est autorisée.

Les annexes A et B sont à rendre avec la copie après avoir été numérotées.

EXERCICE 1

6 points

On admet que, pour une certaine race d'élevage, la masse en kg d'un lapin en fonction de l'âge x exprimé en semaines est donnée par la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par

$$f(x) = -4,5e^{-0,06x} + 4,56.$$

On désigne par C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal, donnée en **annexe A**.

1. Aucune méthode n'est imposée pour les questions **1.a.** et **1.b.**, mais elle doit être expliquée.
 - a. Un lapin est abattu le plus souvent à l'âge de 10 semaines. Donner sa masse à 100 g près.
 - b. L'éleveur a une commande d'un lapin de 3,2 kg. À combien de semaines se fera l'abattage?
2.
 - a. Déterminer par le calcul la limite de f en $+\infty$.
 - b. Donner une interprétation de cette limite dans le contexte de l'exercice.
3. On note f' la dérivée de la fonction f sur $[0 ; +\infty[$.
 - a. Calculer $f'(x)$ pour tout réel x de $[0 ; +\infty[$.
 - b. En déduire que f est croissante sur $[0 ; +\infty[$.
 - c. Pouvait-on s'attendre au résultat de la question **3.b.** à partir du contexte de l'exercice? Expliquer.

EXERCICE 2

8 points

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

Une entreprise spécialisée dans la fabrication de tartes aux pommes, indique sur l'emballage de ses produits, la mention « au moins 50 % de fruits bio ».

Une étude statistique a établi que :

38 % des fruits livrés à l'entreprise sont « bio ».

Parmi les fruits « bio », 95 % sont sélectionnés pour la fabrication des tartes.

Parmi les fruits « non bio », 45 % sont sélectionnés pour la fabrication des tartes.

Partie A

On prélève dans le stock de l'entreprise un fruit au hasard, on note :

B l'événement : « le fruit est bio ».

S l'événement : « le fruit est sélectionné pour la fabrication des tartes ».

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
2. Déterminer la probabilité que le fruit soit « bio » et sélectionné pour la fabrication des tartes.
3. Montrer que $P(S) = 0,64$.
4.
 - a. Déterminer la probabilité que le fruit choisi soit « bio » sachant qu'il est sélectionné pour la fabrication des tartes.
 - b. Cette probabilité est-elle en accord avec la mention indiquée sur l'emballage des tartes « au moins 50 % de fruits bio » ?

Partie B

On s'intéresse à la masse en grammes des tartes fabriquées.

On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque tarte prélevée au hasard dans la chaîne de fabrication, associe sa masse exprimée en grammes.

On admet que X est distribué suivant la loi normale de paramètres $\mu = 500$ et $\sigma = 4$.

1. Dans un premier temps, l'entreprise ne commercialise que les tartes dont la masse est comprise entre 496 et 504 grammes.
 - a. On admet que $P(X \leq 496) = 0,159$. Hachurer l'aire correspondant à cette probabilité sur le graphique donné en **annexe B, à rendre avec la copie**.
 - b. Déterminer $P(496 \leq X \leq 504)$, et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. L'entreprise se rend compte qu'elle rejette trop de tartes. Elle décide d'assouplir ses règles de commercialisation et accepte à présent les tartes dont la masse est comprise entre 492 et 508 grammes.

Déterminer la probabilité que la tarte soit commercialisée avec cette nouvelle règle.

Partie C

Dans la chaîne de production fonctionnant normalement, 6% des tartes ne sont pas commercialisées. Le responsable de la chaîne souhaite savoir s'il est nécessaire de procéder à un réglage de cette dernière. Pour cela, il prélève au hasard 230 tartes. La production est suffisamment importante pour que le choix des 230 tartes puisse être assimilé à un prélèvement avec remise.

1. Justifier que l'intervalle de fluctuation asymptotique à 0,95 de la fréquence de tartes non commercialisées obtenue sur un échantillon de taille 230 est $[0,029 ; 0,091]$.
2. Sur l'échantillon de 230 tartes prélevées, 16 tartes ne sont pas commercialisées.
Le responsable doit-il envisager un réglage de la chaîne de production ?

EXERCICE 3

3 points

Dans un département, on a recensé les élèves de bac STAV (filles et garçons) suivant quatre options.

- Option AE (Aménagement et Environnement)
- Option T (Transformation)
- Option STE (Sciences et technologies des équipements)
- Option SMR (Services en milieu rural)

Le tableau ci-dessous donne la répartition des élèves en fonction de l'option choisie :

Option \ Sexe	AE	T	STE	SMR	Total
Fille	39	17	34	54	144
Garçon	42	28	45	10	125
Total	81	45	79	64	269

1. Dans le tableau donné en **annexe B**, expliquer comment on a obtenu la valeur 0,57.
2. Compléter le tableau donné en **annexe B**, à rendre avec la copie.
3. Exploiter les résultats obtenus pour déterminer s'il y a dépendance ou indépendance entre l'option choisie et le sexe des élèves. Justifier.

EXERCICE 4

3 points

VRAI ou FAUX

Dans cet exercice, les questions sont indépendantes.

Pour chacune des affirmations, préciser si elles sont vraies ou fausses. Justifier la réponse. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse inexacte ou l'absence de réponse n'enlève pas de point.

1. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 10$ et pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = 0,9u_n.$$

Ci-dessous un même algorithme est programmé à l'aide de deux calculatrices différentes :

Calculatrice 1

```
PROGRAM : ALGO
:10 → U
:0 → N
:While U > 5
:0.9 * U → U
:N + 1 → N
:End
:Disp N
```

Calculatrice 2

```
====ALGO
10 → U :0 → N ↓
While U > 5 ↓
0.9U → U ↓
N + 1 → N ↓
WhileEnd ↓
N
```

(N est la valeur affichée lorsque le programme a été exécuté.)

On lance le programme de la calculatrice une fois. N est alors affiché.

Affirmation 1 :

Pour cette valeur de N , $u_N > 5$.

2. On note C_f la courbe représentative de la fonction logarithme népérien dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$

Affirmation 2 :

L'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 1 est : $y = x - 1$.

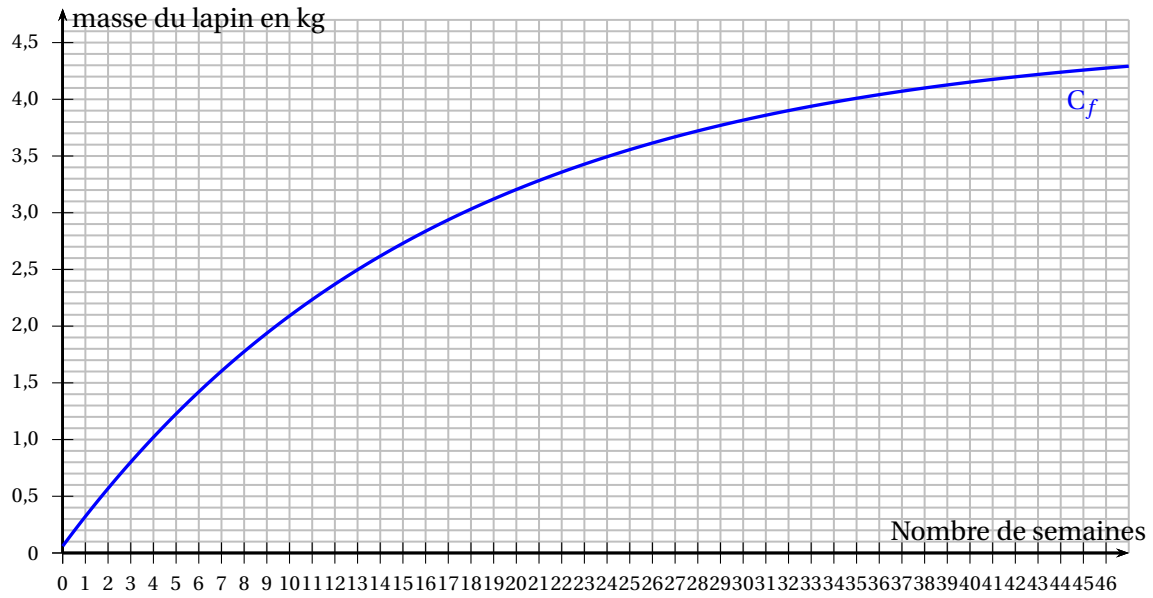
3. Une urne contient 13 boules noires et 7 boules blanches. On procède à un tirage avec remise de 5 boules. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de boules blanches extraites lors de ces 5 tirages.

Affirmation 3 :

$P(X = 3) < P(X = 4)$

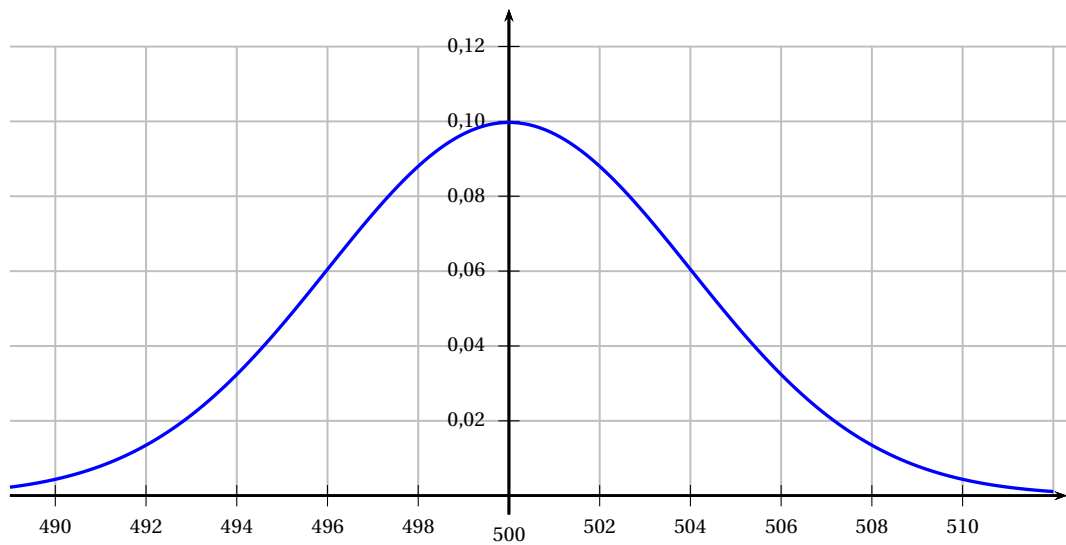
ANNEXE A (à compléter et à rendre avec la copie)

EXERCICE 1

Courbe représentative de la fonction f 

ANNEXE B (à compléter et à rendre avec la copie)

EXERCICE 2 :



EXERCICE 3 :

Option \ Sexe	Profil colonne AE	Profil colonne T	Profil colonne STE	Profil colonne SMR	Profil colonne marginal
Fille		0,38	0,43		0,54
Garçon		0,62	0,57		0,46
Total	1	1	1	1	1