Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant
Nouvelle–Calédonie novembre 2010

Exercice 1 **8 points**

Les parties A et B sont indépendantes

PARTIE A

Dans un restaurant, pendant le service du midi, on a interrogé les clients pour savoir s'ils avaient accompagné leur plat principal d'une entrée et/ou d'un dessert.
On a obtenu les résultats suivants :

- 80 % des personnes interrogées n'ont pas pris d'entrée ;
- Parmi celles-ci, 70 % ont pris un dessert ;
- 50 % des personnes ayant pris une entrée ont également pris un dessert.

On appelle E l'évènement : « la personne a pris une entrée »
et D l'évènement : « la personne a pris un dessert ».

1. Décrire cette situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
   Les probabilités seront données sous forme décimale et notées sur les branches de l'arbre.
2. Calculer la probabilité qu'une personne choisie au hasard ait pris une entrée et un dessert.
3. Calculer la probabilité qu'une personne choisie au hasard ait pris un dessert.
4. On interroge une personne ayant pris un dessert. Calculer la probabilité qu'elle ait également pris une entrée. *Le résultat sera arrondi à* 10^{-2} *près.*
5. Les évènements E et D sont-ils indépendants ? Justifier votre réponse.

PARTIE B

Dans cette partie, les résultats numériques seront arrondis à 10^{-4} *près.*

On admet que 10 % des clients qui mangent dans le restaurant prennent un menu complet : « entrée – plat – dessert ». On choisit au hasard 20 clients pour les interroger. On admet que ce choix est assimilable à des tirages successifs avec remise. On appelle X la variable aléatoire indiquant le nombre de personnes ayant pris un menu complet.

1. Justifier que la loi de probabilité de X est une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité des évènements suivants :
   a. « Aucun des 20 clients interrogés n'a pris un menu complet » ;
   b. « 5 clients exactement ont pris un menu complet » ;
   c. « Au moins un client a pris un menu complet ».

Exercice 2 **5 points**

La courbe $\mathscr{C}_f$ donnée en annexe A (à compléter et à rendre avec la copie), est la représentation graphique dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, d'une fonction f dérivable sur $]0~;~+\infty[$.
La droite T est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

1. Par lecture graphique, donner :
   a. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} f(x)$.
   b. $f(1)$.
2. Par lecture graphique, en expliquant votre démarche, déterminer :
   a. $f'(1)$.
   b. Une équation de la tangente T.
3. On admet que f est définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = ax^2 \ln x, \text{ o˘ « a » est un nombre réel.}$$

   a. Exprimer $f'(x)$ en fonction de a.
   b. En déduire, à l'aide de la question 2. a., la valeur du nombre réel a.

Exercice 3 **7 points**

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$, ensemble des nombres réels, par

$$g(x) = (-2x+1)\mathrm{e}^{-x+1}.$$

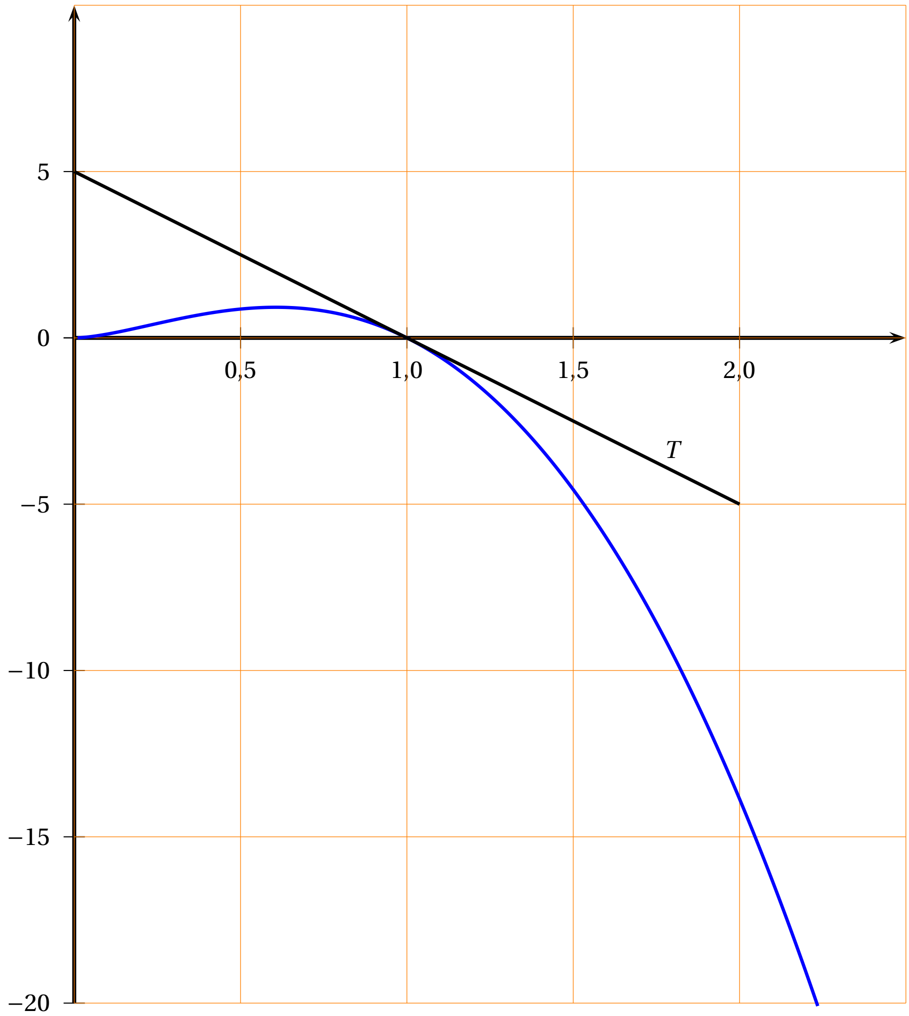
On note $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal d'unités graphiques :
- 2 cm pour une unité sur l'axe des abscisses ;
- 1 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées.

1. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$.
2. On admet que $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 0$. Interpréter graphiquement ce résultat.
3. Démontrer que $g'(x) = (2x-3)\mathrm{e}^{-x+1}$ pour tout x réel.
4. Justifier que $g'(x)$ est du signe de $(2x-3)$ sur $\mathbb{R}$.
   Dresser le tableau de variations de g ; on indiquera la valeur exacte de $g\left(\dfrac{3}{2}\right)$
5. Compléter le tableau de valeurs de la fonction g donné en **annexe A**.
6. Construire la courbe $\mathscr{C}_g$ et sa tangente au point d'abscisse $\dfrac{3}{2}$.

ANNEXE A (à compléter et à rendre avec la copie)

Exercice 2

Représentation graphique de *f*



Exercice 3

Les résultats seront arrondis à 10^{-1} *près*

x	$-0,7$	$-0,5$	0	1	1,5	2	3	4	5	6
$g(x)$										