

Sciences et Technologies de l'Agronomie
et du Vivant
Métropole–La Réunion septembre 2008

A. P. M. E. P.

Exercice 1

Partie A

La fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par

$$g(x) = xe^{-x}$$

est représentée dans le document joint.

(T) est la tangente à la représentation graphique de g au point d'abscisse 1.

Par lecture graphique, en justifiant votre réponse :

1. Donner $g(1)$ et $g'(1)$.
2. Montrer que pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$ on a $g(x) < 3$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = e^{-x} + 3 \ln x.$$

On note \mathcal{C}_f sa représentation graphique dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm sur chacun des axes.

1.
 - a. Déterminer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement ce résultat.
 - b. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
2.
 - a. Calculer $f'(x)$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$, puis montrer que $f'(x) = \frac{3-g(x)}{x}$ où g est la fonction étudiée dans la partie A.
 - b. En utilisant la partie A, déterminer le signe de $f'(x)$ sur $]0; +\infty[$.
 - c. Dresser le tableau de variations de f sur $]0; +\infty[$ en précisant les limites.
3. Compléter le tableau de valeur donné en annexe. Les résultats seront arrondis à 10^{-1} près.
4. Construire la courbe représentative de la fonction f .

Partie C

Soit H la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par

$$H(x) = x \ln x - x.$$

1.
 - a. Montrer que H est une primitive de la fonction \ln sur $]0; +\infty[$.
 - b. En déduire une primitive F de f sur $]0; +\infty[$.
2. Calculer, en unité d'aire, la valeur exacte de l'aire \mathcal{A} du domaine délimité par \mathcal{C}_f , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 2$. En déduire la valeur arrondie de cette aire en cm^2 à 10^{-2} près.

Exercice 2

Dans plusieurs lycées, on recense le nombre d'élèves inscrits en STAV en septembre 2006. Chaque élève a choisi un seul EIL (enseignement d'initiative locale) parmi trois :

aménagement (A), transformation (T) et services (S).

On dénombre 200 élèves parmi lesquels 120 filles.

- 60 % des élèves sont inscrits en EIL aménagement
- 20 % des élèves sont inscrits en EIL transformation
- 12 filles sont inscrites en EIL transformation
- 70 % des élèves inscrits en EIL aménagement sont des filles.

On note :

- T l'évènement « être inscrit en EIL transformation » ;
- F l'évènement « être une fille » ;
- S l'évènement « être inscrit en EIL services » ;
- G l'évènement « être un garçon » ;
- A l'évènement « être inscrit en EIL aménagement ».

Les parties A et B sont indépendantes. Les probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles.

Partie A

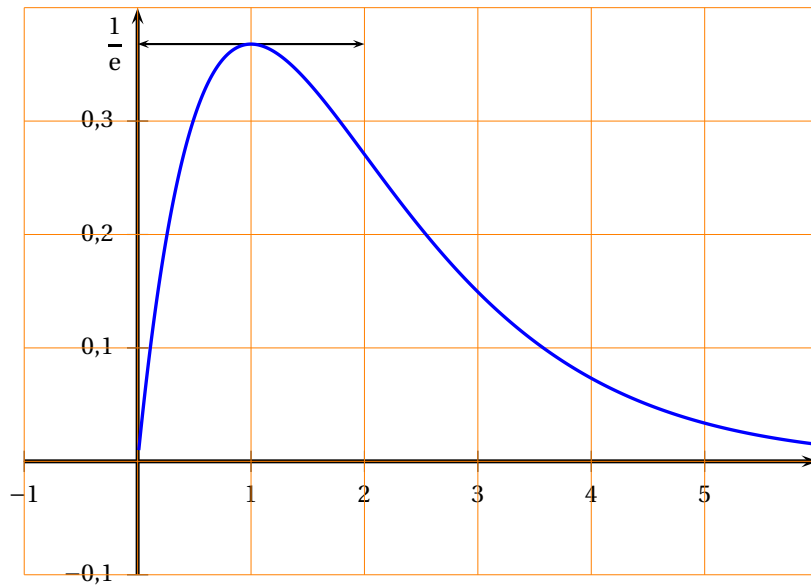
1. Compléter le tableau donné en annexe (à rendre avec la copie).
2. Calculer les probabilités : $p(A)$, $p(G)$, et $p(A \cup G)$.
3. Quelle est la probabilité d'être un garçon inscrit en EIL transformation ?
4. On interroge un garçon. Quelle est la probabilité qu'il soit inscrit en EIL aménagement ?

Partie B

On s'intéresse aux 12 filles inscrites en EIL transformation parmi lesquelles 3 sont internes. On veut constituer un groupe de 4 élèves choisi au hasard parmi ces 12 filles pour représenter ces lycées dans une assemblée.

1. Montrer qu'il y a 495 groupes possibles.
2. On appelle X la variable aléatoire désignant le nombre d'internes parmi les 4 élèves choisis.
 - a. Préciser les valeurs prises par X .
 - b. Calculer $p(X = 1)$.
 - c. Donner la loi de probabilité de X et compléter le tableau donné en annexe.

DOCUMENT : exercice 1
Représentation graphique de g



ANNEXE

Exercice 1

x	0,5	1	2	3	4	5
$f(x)$						

Exercice 2

Partie A Tableau à compléter

SexeEIL	T	A	S	Total
F				
G				
Total				

Partie B

Loi de probabilité de X

Valeurs de X				
Probabilités				