Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant
Métropole–Antilles–Guyane–Réunion juin 2012

L'annexe A est à rendre avec la copie

Exercice 1 **3,5 points**

Une étude statistique a été réalisée sur une population de souris de laboratoire.
Chaque souris de cette population a été observée afin de déceler la présence d'une certaine bactérie dans son organisme. Dans cette population de souris :

- 60 % des souris sont des mâles ;
- parmi les souris mâles, 20 % sont porteuses de la bactérie ;
- 10 % des souris de la population sont des femelles porteuses de la bactérie.

On prélève au hasard une souris de la population et on l'examine afin de déterminer son sexe et de détecter l'éventuelle présence de la bactérie.
On considère les évènements suivants :
F : « la souris prélevée est une femelle » ;
B : « la souris prélevée est porteuse de la bactérie ».

1. **a.** A l'aide des données de l'énoncé, déterminer $P(F)$ et $P(F \cap B)$.

   b. Calculer la probabilité qu'une souris soit porteuse de la bactérie sachant que cette souris est une femelle.
2. Représenter à l'aide d'un arbre de probabilité la situation décrite ci-dessus en faisant apparaître les probabilités sur chaque branche.
3. Démontrer que la probabilité de l'évènement B est égale à $0,22$.
4. Les évènements B et F sont-ils indépendants ? Justifier votre réponse.
5. On prélève dans la population, au hasard et successivement, 5 souris. La population est suffisamment grande pour pouvoir assimiler ces prélèvements à des tirages successifs avec remise.

   On désigne par X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de souris porteuses de la bactérie parmi les 5 souris prélevées.

   a. Justifier que la loi de probabilité de la variable aléatoire X est la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,22$.

   b. Calculer la probabilité de prélever exactement 3 souris porteuses de la bactérie (on donnera l'arrondi à 10^{-3} près du résultat).

Exercice 2 **9,5 points**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-4 ; 0]$ par

$$f(x) = x\mathrm{e}^{x} + x^2 + 2x + 2.$$

On note $\mathscr{C}_f$ la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
Unités graphiques : 3 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

1. Donner $f(0)$ et la valeur exacte de $f(-4)$.
2. Calculer $f'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[-4 ; 0]$.
3. Prouver que $f'(x) = (x+1)(\mathrm{e}^{x} + 2)$.

   a. Prouver que $f'(x)$ est du signe de $x+1$ sur $[-4 ; 0]$.

   b. En déduire le signe de $f'(x)$ pour tout x de $[-4 ; 0]$.

4. Dresser le tableau de variation de f sur $[-4~;~0]$.
5. Compléter le tableau de valeurs donné en annexe A (à rendre avec la copie).
6. Construire $\mathscr{C}_f$.
7. Soit G la fonction définie sur $[-4~;~0]$ par $G(x) = (x-1)\mathrm{e}^x$.
   Calculer $G'(x)$ pour tout x de l'intervalle $[-4~;~0]$.
   En déduire une primitive F de f sur $[-4~;~0]$.
8. On admet que $f(x) \geqslant 0$ pour tout x de l'intervalle $[-3~;~-1]$.
   a. Hachurer sur le graphique le domaine plan limité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -3$ et $x = -1$.
   b. Calculer la valeur exacte de l'aire, en unités d'aire, de ce domaine.
   c. Donner une valeur arrondie à 10^{-2} près en cm^2 de cette aire.

Exercice 3 : QCM **4 points**

La courbe (C) donnée en document 1 est la courbe représentative d'une fonction g définie et dérivable sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$. On sait que :

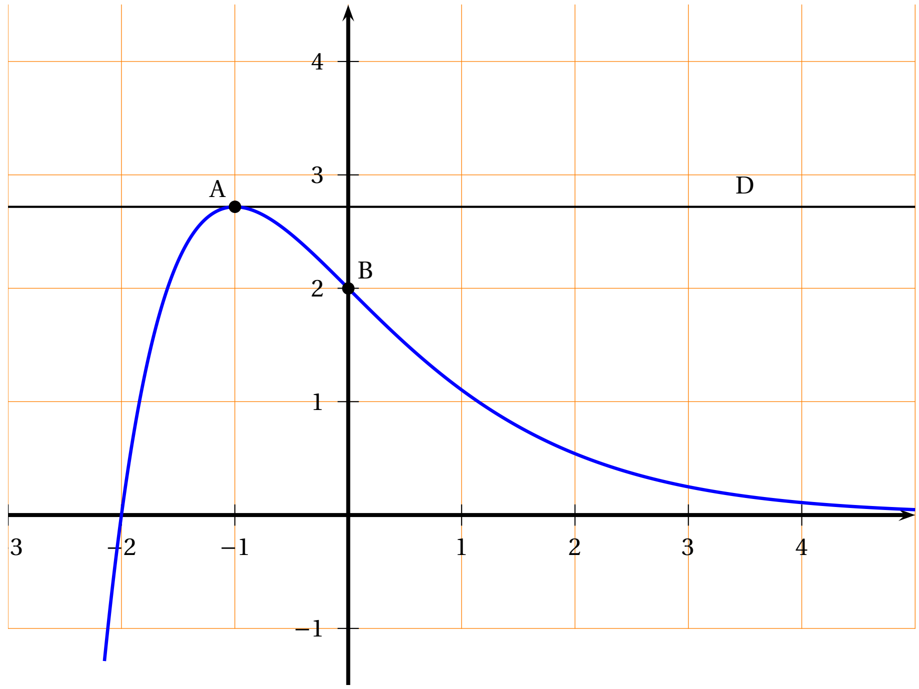
- les points A et B sont les points de la courbe (C) d'abscisses respectives -1 et 0 ;
- la fonction g admet un maximum en $x = -1$;
- l'axe des abscisses est asymptote à la courbe (C) en $+\infty$;
- la droite (T) est tangente à la courbe (C) au point B ;
- la droite (D) est tangente à la courbe (C) au point A.

Le QCM est donné en **annexe A.**

Pour chaque question, une seule réponse est exacte.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse inexacte enlève 0,5 point. L'absence de réponse n'enlève ni n'ajoute aucun point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à cet exercice sera zéro.

DOCUMENT 1

Exercice 3



ANNEXE A (à compléter et à rendre avec la copie)

Exercice 2
Les valeurs numériques de $f(x)$ seront arrondies à 10^{-1} près.

x	-4	$-3,5$	-3	$-2,5$	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0
$f(x)$									

Exercice 3 : QCM

Pour chacune des questions suivantes, cocher la bonne réponse :

1.

☐ $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -3$ ☐ $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 0$ ☐ $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$

2. Une équation de la tangente (T) est :

☐ $y = x + 2$ ☐ $y = -x$ ☐ $y = -x + 2$

3. L'ensemble des solutions de l'inéquation $g'(x) \geqslant 0$ est :

☐ $]-\infty\,;\,-1]$ ☐ $[-2\,;\,+\infty[$ ☐ $[0\,;\,+\infty[$

4. L'expression de $g(x)$ est :

☐ $g(x) = (x+2)\mathrm{e}^{x}$ ☐ $(x+2)\mathrm{e}^{-x}$ ☐ $(x-2)\mathrm{e}^{-x}$