Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant
Nouvelle–Calédonie novembre 2008

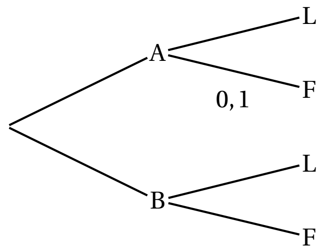
Exercice 1 **7 points**

Deux vaccins sont utilisés pour une même maladie. 45 % des enfants ont été vaccinés avec le vaccin A, les autres avec le vaccin B. On note A, B, L et F les évènements suivants :

A : « recevoir le vaccin A » ;
B : « recevoir le vaccin B » ;
L : « avoir une réaction légère au vaccin » ;
F : « avoir une réaction forte au vaccin ».

30 % des enfants qui ont reçu le vaccin B ont eu une réaction forte.
Tous les enfants ont eu une réaction légère ou forte au vaccin.
Les probabilités demandées seront arrondies à 10^{-4} près.

1. Interpréter par une phrase la probabilité indiquée sur l'arbre donné ci-dessous.



2. Compléter l'arbre, en indiquant les probabilités manquantes sur les branches.
3. Calculer les probabilités $p(A \cap F)$ et $p(F)$.
4. On examine un enfant ayant eu une réaction forte. Quelle est la probabilité qu'il ait reçu le vaccin A ?
5. Les évènements A et F sont-ils indépendants ? Justifier votre réponse.
6. On examine 10 enfants. On assimilera cet examen à 10 tirages indépendants.
   On note X le nombre d'enfants qui ont eu une réaction forte suite à l'un des vaccins.
   a. Justifier que la loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,21$.
   b. Quelle est la probabilité qu'au moins un des enfants ait eu une réaction forte ?

Exercice 2 **9 points**

Soit f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = 1 + 2\frac{\ln(x)}{x}.$$

On note $\mathscr{C}_f$ la représentation graphique de f dans un repère orthonormal d'unités graphiques : 1 cm pour une unité en abscisses et 4 cm pour une unité en ordonnées.

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   b. En remarquant que $\dfrac{\ln(x)}{x} = \dfrac{1}{x} \times \ln(x)$, déterminer la limite de f en 0.

c. Interpréter graphiquement ces deux limites.

2. Prouver que $f'(x) = \dfrac{2(1-\ln(x))}{x^2}$ pour tout x de l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

3. Résoudre dans $]0~;~+\infty[$ l'équation : $f'(x) = 0$.

4. **a.** Justifier que $f'(x)$ est du signe de $1-\ln(x)$.

b. Résoudre dans $]0~;~+\infty[$ l'inéquation : $1-\ln(x) > 0$.

c. Calculer la valeur exacte de $f(\text{e})$.

d. Dresser le tableau de variations de f sur $]0~;~+\infty[$ en y précisant les limites.

5. Compléter le tableau de valeurs donné ci-dessous. Les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

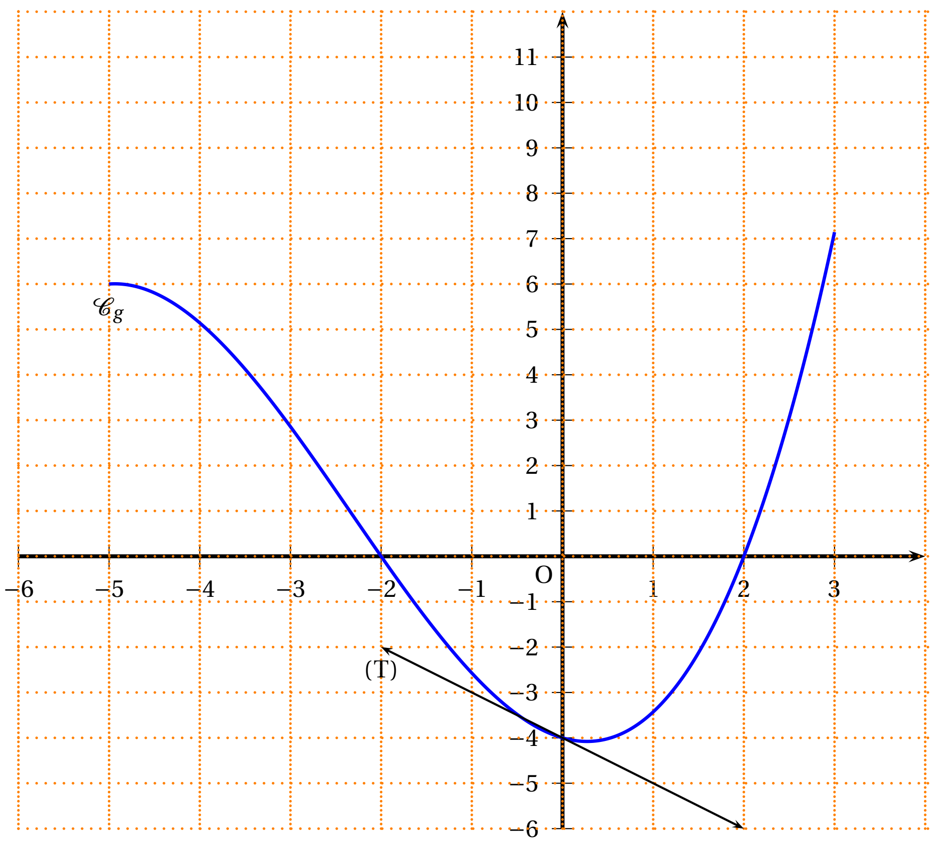
x	0,5	1	2	3	5	7	10
$f(x)$							

6. Construire la courbe $\mathcal{C}_f$.

Exercice 3 **4 points**

La courbe ci-dessous, représente une fonction g définie et dérivable sur $[-5~;~3]$.
La droite (T) est la tangente à la courbe au point d'abscisse 0.

Courbe représentative de g



Par lecture graphique, pour chacune des questions, cocher pour chaque question posée, la (ou les) bonne(s) réponse(s) :
Aucune justification n'est demandée.

1. $g(0)$ est égal à :

   ☐ -4 ☐ -1 ☐ 2 ☐ -2

2. $g'(0)$ est égal à :

   ☐ -4 ☐ -1 ☐ 2 ☐ -2

3. Dans l'intervalle $[-5~;~3]$, l'équation $g(x) = 0$ a pour solution(s) :

   ☐ -4 ☐ -1 ☐ 2 ☐ -2

4. $g(x) > 0$ dans l'intervalle :

   ☐ [-5 ; -2[☐]- 2 ; 2[☐]2 ; 3] ☐ [2 ; 3]