# Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant
# Polynésie juin 2011

**Exercice 1** **6 points**

*Les résultats des probabilités seront arrondis à* $10^{-2}$ *près si nécessaire*

Lors d'une sortie mycologique, des étudiants ont cueilli 50 champignons de différentes espèces.

**Partie A**

Les champignons ramassés proviennent de 2 forêts :
30 champignons, dont 40 % sont des bolets, proviennent de la forêt F1.
20 champignons, dont 70 % sont des bolets, proviennent de la forêt F2.

1. Compléter le tableau donné en annexe A (à rendre avec la copie) avec les effectifs de chaque catégorie. Les champignons sont posés sur une paillasse. On prélève un champignon au hasard sur la paillasse.
2. Déterminer la probabilité des évènements suivants : A : « le champignon a été prélevé dans la forêt F1 » ; B : « le champignon est un bolet ».
3. Sachant que le champignon est un bolet, quelle est la probabilité qu'il provienne de la forêt F1 ?

**Partie B**

Un des paniers contient 25 champignons.
Parmi ces champignons 15 sont comestibles, et 10 sont vénéneux. Parmi les 10 champignons vénéneux 3 sont mortels.
On tire au hasard et simultanément 6 champignons dans le panier.

1. Montrer qu'il y a 177 100 tirages possibles de ces 6 champignons.
2. Calculer la probabilité que les 6 champignons soient comestibles.
3. Calculer la probabilité d'avoir exactement 4 champignons comestibles.
4. Calculer la probabilité d'avoir au moins un champignon mortel.

**Exercice 2** **4 points**

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est VRAIE ou FAUSSE en justifiant votre réponse. Toute réponse exacte non justifiée ne rapporte aucun point.

1. **Affirmation 1 :**
   Soit $g$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \mathrm{e}^{2x} - x$.
   La tangente à la courbe représentative de $g$ au point d'abscisse 0 a pour coefficient directeur 0.
2. **Affirmation 2 :**
   Soit $g$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \mathrm{e}^{2x} - x$.
   On a $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = +\infty$.
3. **Affirmation 3 :**
   Soit $X$ une variable aléatoire dont la loi de probabilité est la loi binomiale de paramètre $n = 15$ et $p = 0,7$.
   On a $p(X = 8) \approx 0,0811$.

4. **Affirmation 4 :**
Soit $Y$ une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

| $y_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $p\left(Y = y_i\right)$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ |

L'espérance mathématique de $Y$ est égale à $\dfrac{19}{12}$

**Exercice 3** **10 points**

### Partie A

$\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative d'une fonction $f$ dans un repère orthonormal.

La tangente $T$ à $\mathscr{C}_f$, au point A de coordonnées $\left(1\ ;\ \dfrac{1}{2}\right)$ a pour coefficient directeur $-3$.

1. Donner $f(1)$ et $f'(1)$.
$f$ est définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = ax^2 + bx - 4\ln x$ où $a$ et $b$ sont deux réels.
Calculer et exprimer $f'(x)$ en fonction de $a$ et $b$.
Justifier que $a$ et $b$ sont solutions du système $\left\{\begin{array}{rcl} a+b &=& \dfrac{1}{2}\\ 2a+b &=& 1\end{array}\right.$ et déterminer $a$ et $b$.

### Partie B

On admet que $f$ est définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4\ln x.$$

1. Calculer $\displaystyle\lim_{x\to 0} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.
2. Vérifier que $f(x) = x\left(\dfrac{1}{2}x - 4\dfrac{\ln x}{x}\right)$ et en déduire $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
3. Calculer $f'(x)$ pour tout $x$ de $]0\ ;\ +\infty[$.
4. Étudier le signe de $\left(x^2 - 4\right)$ sur $\mathbb{R}$. En déduire le signe de $f'(x)$ sur $]0\ ;\ +\infty[$ et donner les variations de la fonction $f$.
5. Compléter le tableau de valeurs donné en annexe A (à rendre avec la copie).
On arrondira les résultats à $10^{-1}$ près.
6. Dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm, tracer la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2, la tangente $T$ et la courbe $\mathscr{C}_f$.

**ANNEXE (à compléter et à rendre avec la copie)**

**Exercice 1**

| | F1 | F2 | Total |
|---|---|---|---|
| Bolet | | | |
| Autre | | | |
| Total | | | |

**Exercice 3**

| $x$ | 0,25 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 | 4,5 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | | | | | | |