Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant
Polynésie juin 2014

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **6 points**

Dans le cadre d'une enquête auprès d'étudiants d'un lycée, on s'intéresse plus particulièrement à ceux possédant éventuellement un smartphone, une tablette tactile ou les deux.
Les résultats sont les suivants :

- 60 % des étudiants interrogés possèdent un smartphone ;
- Parmi ceux-ci, 25 % possèdent une tablette tactile ;
- 50 % des étudiants n'ayant pas de smartphone ne possèdent pas de tablette tactile.

On interroge au hasard un de ces étudiants.
On note S et T les évènements suivants :
S : « L'étudiant possède un smartphone » ;
T : « L'étudiant possède une tablette tactile ».

Les résultats des probabilités seront arrondis à 10^{-3} *près si nécessaire.*

1. Décrire cette situation à l'aide d'un arbre de probabilités en précisant les valeurs des probabilités sur chaque branche.
2. **a.** Calculer $P(S \cap T)$ et $P(\overline{S} \cap T)$.
   b. En déduire que la probabilité que l'étudiant possède une tablette tactile est de 0,35.
3. Dans cette question, on interroge un étudiant qui possède une tablette tactile. Déterminer la probabilité qu'il possède un smartphone.
4. On interroge au hasard et de façon indépendante 10 étudiants de cet établissement.
   Soit X la variable aléatoire égale au nombre d'étudiants possédant une tablette tactile parmi les 10.
   a. Justifier que la loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,35$.
   b. Calculer la probabilité que la moitié des étudiants interrogés possèdent une tablette tactile.

EXERCICE 2 **4 points**

Soit g la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont on donne le tableau de variations ci-dessous. On note g' sa fonction dérivée et $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

x	$-\infty$		-7		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de g	0	↗	$3\mathrm{e}^{-2}$	↘	-1	↗	$+\infty$

Compléter le QCM fourni **en annexe A (à rendre avec la copie)**.
Pour chaque question, une seule réponse est exacte.
Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte enlève 0,5 point. L'absence de réponse n'enlève et n'ajoute pas de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à cet exercice sera zéro.

EXERCICE 3 **10 points**

Soit f une fonction définie et dérivable sur $[-1\ ;\ +\infty[$ et f' sa fonction dérivée.
Sa courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée en **annexe B (à rendre avec la copie)**.
L'axe des abscisses est asymptote à la courbe $\mathscr{C}_f$ en $+\infty$.
La droite D_1 est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2 et la droite D_2 est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $-\frac{1}{2}$.

PARTIE A

À l'aide du graphique et des données de l'énoncé, déterminer, sans justifier :

1. L'image de $\frac{1}{2}$ par la fonction f ;
2. Le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x ;
3. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$;
4. La limite de la fonction f en $+\infty$.

PARTIE B

On admet que la fonction f de la partie A est définie sur $[-1\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \left(2x^2 + x - 1\right)\mathrm{e}^{-x}.$$

1. Montrer que pour tout x de $[-1\ ;\ +\infty[$, $f'(x) = \left(-2x^2 + 3x + 2\right)\mathrm{e}^{-x}$.
2. **a.** Justifier que $f'(x)$ est du signe de $-2x^2 + 3x + 2$ sur $[-1\ ;\ +\infty[$.

   b. Étudier le signe de $-2x^2 + 3x + 2$ sur $[-1\ ;\ +\infty[$.

   c. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[-1\ ;\ +\infty[$.
   On précisera les valeurs exactes de $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ et $f(2)$.
3. On admet que la fonction F définie par $F(x) = \left(-2x^2 - 5x - 4\right)\mathrm{e}^{-x}$ est une primitive de f sur $[-1\ ;\ +\infty[$.

   a. Hachurer sur le graphique de l'**annexe B** le domaine plan $\mathscr{D}$ limité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = \frac{1}{2}$ et $x = 4$.

   b. Calculer la valeur exacte de l'aire, en unités d'aire, du domaine $\mathscr{D}$.

   c. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de l'aire, en unités d'aire, du domaine $\mathscr{D}$.

Annexe A (à compléter et à rendre avec la copie).

EXERCICE 2 : QCM

Cocher pour chaque question posée, la réponse qui convient. Aucune justification n'est demandée.

1. La courbe représentative $\mathscr{C}_g$ de g passe par le point :

☐ A(-1 ;0) ☐ B(-7 ;0) ☐ C $\left(-7; \dfrac{3}{\mathrm{e}^2}\right)$

2. La courbe $\mathscr{C}_g$:

☐ admet une asymptote horizontale ☐ admet une asymptote verticale ☐ n'admet ni asymptote horizontale, ni asymptote verticale

3. L'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$:

☐ une solution ☐ deux solutions ☐ trois solutions

4. La valeur de $g(3)$ est :

☐ positive ☐ négative ☐ on ne peut pas savoir

Annexe B (à compléter et à rendre avec la copie).

EXERCICE 3 :