

Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant

Antilles-Guyane juin 2015

La calculatrice est autorisée.

Les annexes A et B sont à rendre avec la copie

EXERCICE 1

7 points

1. On considère la fonction f définie sur $[0; 240]$ par $f(x) = (x + 15)e^{-0,02x}$

- a. Montrer que $f'(x) = (0,7 - 0,02x)e^{-0,02x}$.
- b. Justifier que le signe de $f'(x)$ est celui de $(0,7 - 0,02x)$
- c. En déduire le signe de $f'(x)$ et construire le tableau de variation de f sur $[0; 240]$.
- d. Compléter le tableau de valeurs sur l'**annexe A** (à rendre avec la copie).
- e. Construire la représentation graphique de f sur l'**annexe A** (à rendre avec la copie).

La courbe de lactation représente la production laitière d'une vache, exprimée en kg par jour, en fonction du nombre x de jours après le vêlage (naissance du veau).

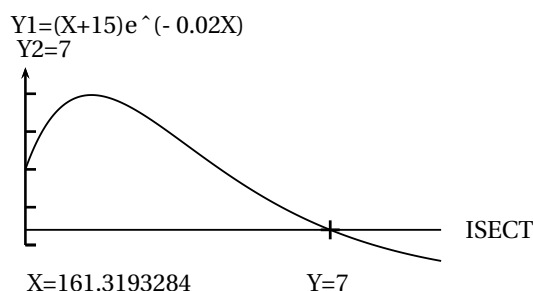
On se place dans le cas d'une race de vache pour laquelle on considère que cette courbe est la représentation graphique de la fonction f précédente, où $f(x)$ est la production laitière de la vache le jour x , exprimée en kg par jour.

2. Le pic de lactation est le point de la courbe de lactation traduisant le moment où la vache atteint la production laitière maximale. Donner, sans justifier, les coordonnées de ce point (on utilisera pour chacune des coordonnées des valeurs entières), puis donner une interprétation de ces coordonnées dans le contexte de l'exercice.

3. Voici la capture d'écran d'une calculatrice

Sur cette fenêtre on voit :

- La courbe représentative de la fonction f
- La droite d'équation $y = 7$
- Le point d'intersection de cette courbe et de cette droite symbolisé par une croix, et dont on donne les coordonnées.



Déterminer graphiquement, en expliquant votre raisonnement, au bout de combien de jours la vache produit moins de 7 kg de lait par jour.

EXERCICE 2

5 points

Les deux parties de l'exercice sont indépendantes

Partie 1

Dans le cadre d'un programme d'échange Européen, un établissement scolaire a accueilli des étudiants de l'union Européenne venus d'Allemagne, d'Espagne, de Hongrie et de Roumanie. Le groupe d'étudiants se composait ainsi :

	Allemagne	Espagne	Hongrie	Roumanie	Total
Fille	62	36	11	35	144
Garçon	60	40	10	37	147
Total	122	76	21	72	291

1. Compléter dans le tableau situé en **annexe B** (à rendre avec la copie), le profil colonne correspondant à l'Allemagne.
2. Dans cet échange européen, la proportion des filles dépend-elle significativement du pays d'origine des étudiants ? Justifier votre réponse.

Partie 2

Parmi les étudiants accueillis, on a formé un groupe de 11 étudiants étrangers pour faire une équipe de football (qui peut être mixte ou non) pour jouer contre les étudiants français de l'établissement. On estime que la probabilité de choisir une fille est de 0,49 et que le nombre d'étudiants est suffisamment important pour considérer indépendants les choix des personnes constituant l'équipe.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de filles choisies dans l'équipe.

1. Justifier que X est distribuée selon la loi binomiale de paramètres $n = 11$ et $p = 0,49$.

Les résultats suivants seront arrondis à 10^{-2} près.

2. Calculer $P(X = 2)$ et interpréter ce résultat en terme de probabilité.
3. Quelle est la probabilité que l'équipe contienne moins de filles que de garçons ?

EXERCICE 3**4 points**

Questionnaire à choix multiples, QCM

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples, donné en **annexe B (à rendre avec la copie)**.

Pour chaque proposition, une seule réponse est exacte.

Une réponse exacte rapporte un point, une réponse inexacte enlève 0,25 point et l'absence de réponse n'enlève et n'ajoute pas de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à cet exercice sera ramenée à zéro.

Cocher, pour chaque proposition, la réponse qui convient. Aucune justification n'est demandée.

EXERCICE 4**4 points**

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Une étude effectuée en 2000 a permis de recenser la population des poissons d'un lac. Les résultats obtenus sont les suivants :

- 65 % des poissons sont des truites et parmi ces truites, 15 % sont porteuses de parasites.
- 35 % des poissons sont des brochets et parmi eux 10 % sont porteurs de parasites.

On pêche un poisson dans ce lac. On note :

T l'évènement « le poisson pêché est une truite »

B l'évènement « le poisson pêché est un brochet »

R l'évènement « le poisson pêché est porteur de parasites »

1. Décrire cette situation avec un arbre de probabilités, en précisant sur chaque branche la valeur des probabilités.
2. Calculer la probabilité que le poisson pêché soit un brochet et qu'il soit porteur de parasite.
3. Montrer que $p(R) = 0,1325$

Partie B

On rappelle que, pour une fréquence f obtenue sur un échantillon de taille n , l'intervalle de confiance au niveau 0,95 de la proportion p inconnue d'une population est :

$$\left[f - 1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} ; f + 1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \right]$$

En 2014, on décide d'effectuer un nouveau recensement des poissons parasités. On pêche un poisson, on effectue un relevé et on le relâche dans le lac. Parmi 900 poissons ainsi pêchés dans ce lac, on a observé 180 porteurs de parasites.

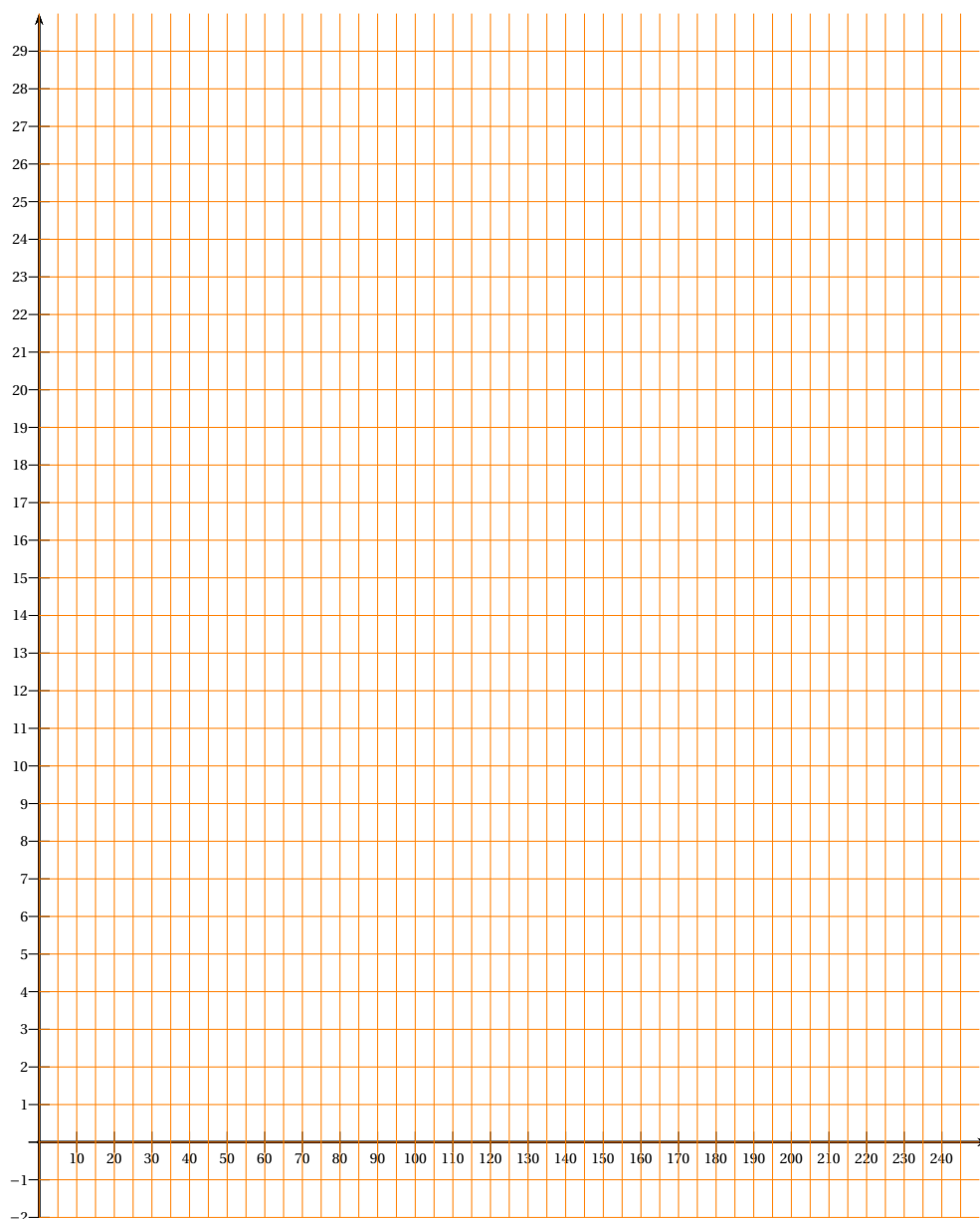
1. Justifier que $f = 0,2$, puis déterminez l'intervalle de confiance au niveau 0,95 de la proportion de poissons parasités dans ce lac en 2014 (on donnera une valeur approchée à 10^{-4} près des bornes de l'intervalle).
2. On rappelle que la proportion de poissons parasités était de 0,1325 en 2000.
Peut-on dire qu'il y a eu une évolution de la proportion de parasites sur les poissons de ce lac entre 2000 et 2014 ? Justifier votre réponse.

ANNEXE A (à compléter et à rendre avec la copie)

EXERCICE 1

1.d. Compléter le tableau de valeurs. On arrondira à l'entier le plus proche.

x	0	5	10	20	35	50	80	120	190	240
$f(x)$		18	20		25	24		12	5	2

1.e. Construire la représentation graphique de f .

ANNEXE B (à compléter et à rendre avec la copie)

EXERCICE 2

Partie 1

3. Compléter dans le tableau, le profil colonne correspondant à l'Allemagne.

Les résultats seront arrondis à 10^{-2} près

	Allemagne	Espagne	Hongrie	Roumanie	Total
Fille		0,47	0,52	0,49	0,49
Garçon		0,53	0,48	0,51	0,51

EXERCICE 3 QCM

Cocher pour chaque proposition, la réponse qui convient. Aucune justification n'est demandée.

1. Soit u une suite arithmétique de premier terme $u_0 = -1$ et de raison $r = 2$ Lequel de ces algorithmes permet de connaître u_{10} ?

<input type="checkbox"/> Affecter -1 à U Pour N allant de 1 à 10 Affecter $U + 2$ à U Fin Pour Afficher U	<input type="checkbox"/> Affecter -1 à U Pour N allant de 0 à 10 Affecter $U + 2$ à U Fin Pour Afficher U	<input type="checkbox"/> Affecter -1 à U Pour N allant de 1 à 10 Affecter $2U$ à U Fin Pour Afficher U
---	---	--

2. Soit $f(x) = xe^x$ définie sur \mathbb{R}

- f est croissante sur \mathbb{R}
 f est décroissante sur \mathbb{R}
 f est décroissante sur $] -\infty ; -1]$ et croissante sur $[-1 ; +\infty[$

3. On admet que la durée de fonctionnement correct d'un appareil donné, notée D , est une variable aléatoire distribuée suivant une loi normale, de moyenne 1 000 heures, et d'écart-type 300 heures.La probabilité qu'un appareil fonctionne correctement entre 400 heures et 1 600 heures est égale, à 10^{-2} près, à :

- 0,68 0,95 0,99

4. La valeur exacte de $\int_0^1 e^{2x+4} dx$ est

- $e^6 - e^4$ $\frac{e^6 - e^4}{2}$ $\frac{e^6}{6} - \frac{e^4}{4}$