

⌘ Baccalauréat STAV Nouvelle Calédonie novembre 2017 ⌘

La calculatrice est autorisée.

L'annexe A est à rendre avec la copie après avoir été numérotée

**EXERCICE 1**

**5 points**

On injecte une dose médicamenteuse à un animal à l'instant  $x = 0$ .

On note  $g(x)$  la concentration, exprimée en mg/L, de substance présente dans le sang à l'instant  $x$  exprimé en heure.

La représentation graphique  $\mathcal{C}_g$  de la fonction  $g$  dans un repère orthogonal d'origine  $O$  est donnée ci-dessous :



$T_0$  est la tangente à  $\mathcal{C}_g$  en 0 et  $T_3$  est la tangente à  $\mathcal{C}_g$  au point A d'abscisse 3.

L'axe des abscisses est asymptote à la courbe en  $+\infty$ .

À l'aide de ces informations et des éléments graphiques disponibles :

1. Déterminer  $g(0,5)$  et interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.
2. Donner la limite de la fonction  $g$  en  $+\infty$ . Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
3. Justifier que  $g'(3) = -0,2$  puis donner la valeur de  $g'(0)$ .

4. On admet que  $g'(x)$  représente la vitesse d'absorption du médicament lorsque  $g'(x) \geq 0$ .

Sur quel intervalle peut-on parler de vitesse d'absorption? Expliquer.

### EXERCICE 2

6 points

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à  $10^{-4}$  près.

Un producteur de fraises conditionne manuellement sa cueillette en barquettes de 500 g.

#### Partie A

On note  $X$  la variable aléatoire associée à la masse de fraises par barquette.

On admet que la variable aléatoire  $X$  est distribuée suivant la loi normale de paramètres  $\mu = 500$  et  $\sigma = 20$ .

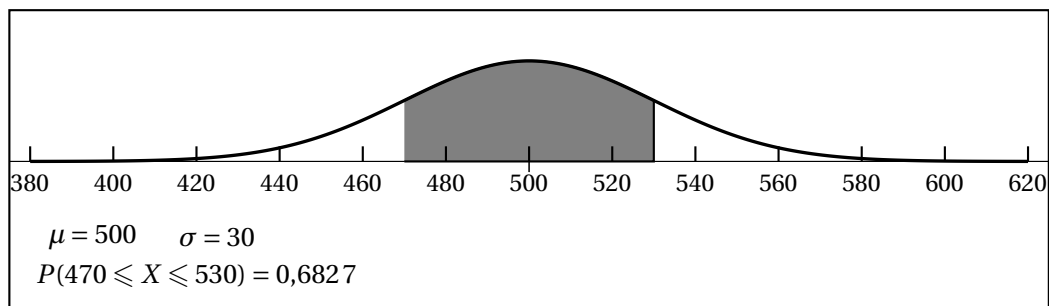
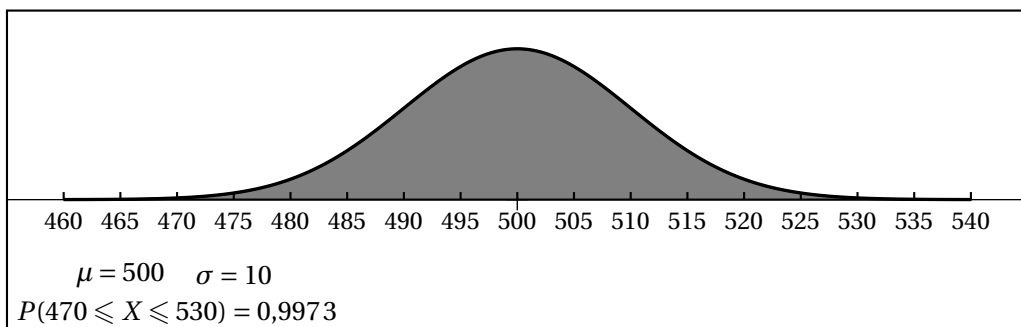
On estime que la masse de fraises dans la barquette est conforme lorsqu'elle est comprise entre 470 g et 530 g.

1. Déterminer la probabilité que la barquette ait une masse de fraises conforme.

On pourra utiliser la calculatrice ou le tableau donné ci-dessous

$x$	460	470	480	490	500	510	520	530	540
$P(X < x)$	0,022 8	0,066 8	0,158 7	0,308 5	0,5	0,691 5	0,841 3	0,933 2	0,977 3

2. On donne deux courbes de Gauss de paramètre  $\mu = 500$  et ayant des valeurs de  $\sigma$  différentes. À partir des indications disponibles sur ces graphiques, indiquer s'il vaut mieux augmenter, ou diminuer  $\sigma$  si on veut avoir davantage de barquettes avec des masses conformes. Expliquer.



**Partie B**

On fait l'hypothèse que la proportion  $p$  de barquettes livrées par le producteur dont la masse de fraises est non conforme est égale à 0,07.

Afin de contrôler le conditionnement des fraises, un échantillon de 120 barquettes est prélevé. Le prélèvement est assimilé à un prélèvement avec remise, car il est effectué parmi un très grand nombre.

**On rappelle que :**

L'intervalle de fluctuation asymptotique à 0,95 d'une fréquence obtenue sur un échantillon de taille  $n$ , lorsque la proportion  $p$  est connue, est :

$$\left[ p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} ; p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right].$$

- Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique à 0,95 de la fréquence de barquettes non conformes dans un échantillon de 120 barquettes.
- Sur les 120 barquettes contrôlées, 8 ont une masse non conforme.  
Peut-on considérer que la proportion de barquettes non conformes livrées par le producteur est bien de 0,07? Justifier.

**Partie C**

L'étiquetage des barquettes peut présenter deux défauts indépendants :

- Le défaut A : le code barre est illisible.
- Le défaut B : le nom du producteur n'apparaît pas sur la barquette.

On a observé que 3% des barquettes possèdent le défaut A, et que 10% possèdent le défaut B.

On prélève au hasard une barquette.

- Justifier que la probabilité que cette barquette possède les deux défauts est 0,003.
- Quelle est la probabilité que cette barquette comporte au moins un des deux défauts?

**EXERCICE 3****4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples, donné en ANNEXE A (à rendre avec la copie).

Pour chaque proposition, une seule réponse est exacte.

Une réponse exacte rapporte un point, une réponse inexacte ou l'absence de réponse n'enlève pas de point.

**EXERCICE 4****5 points**

On admet que, suite à l'ingestion du lait maternel, le taux global d'anticorps en grammes par litre, présent dans le sang d'un animal, peut être modélisé par la fonction  $f$  définie sur  $[0; 12]$  par :

$$f(t) = 0,75t + 9 - 10\ln(0,12t + 1)$$

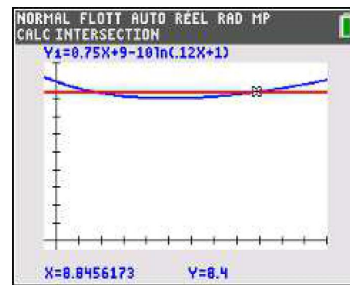
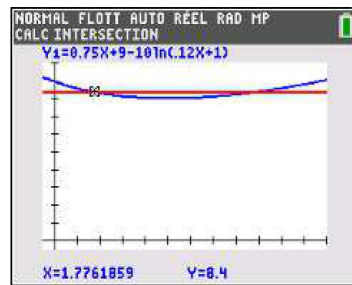
où  $t$  est le temps exprimé en mois.

1. Déterminer le taux d'anticorps à la naissance.
2. Un logiciel de calcul formel affiche les résultats ci-dessous.

Calcul Formel
Dérivée [f] $\rightarrow f'(t) = \frac{0,09t - 0,45}{0,12t + 1}$

Calcul Formel
Résoudre $\left[ \frac{0,09t - 0,45}{0,12t + 1} \leq 0 \right]$ $\rightarrow -\frac{25}{3} < t \leq 5$

- a. Justifier, par un calcul, que l'expression de la dérivée obtenue par le logiciel est correcte.
  - b. En s'appuyant sur les résultats du logiciel, étudier le sens de variation de  $f$  sur  $[0; 12]$ .
  - c. Déterminer l'âge, en mois où l'animal est le plus vulnérable aux infections, c'est-à-dire l'âge pour lequel son taux d'anticorps est le plus bas. Donner à  $10^{-2}$  près une valeur approchée en g/L du taux correspondant.
3. Voici deux captures d'écran d'une calculatrice :



Sur ces fenêtres, on voit :

- la courbe représentative de  $f$  sur  $[0; 12]$ ;
- la droite d'équation  $y = 8,4$ ;
- les points d'intersection de cette courbe et de cette droite symbolisés par une croix avec leurs coordonnées.

Déterminer graphiquement, en expliquant votre raisonnement, sur quel intervalle de temps (exprimé en mois entier) cet animal a un taux d'anticorps inférieur à  $8,4$  g/L.

**ANNEXE A (à compléter et à rendre avec la copie)**

**EXERCICE 3 :**

Un biologiste étudie une population de truites.  
 On note  $u_n$  le nombre de truites en 2017 +  $n$ .  
 On admet que la suite  $(u_n)$  est définie par :  
 $u_0 = 400$  et pour tout entier naturel  $n$  par  
 $u_{n+1} = 0,8u_n$ .  
 On donne l'algorithme ci-contre :

Initialisation :  
 $N$  prend la valeur 0  
 $U$  prend la valeur 400  
 Traitement :  
 Tant que  $U > 100$   
 $N$  prend la valeur  $N + 1$   
 $U$  prend la valeur  $0,8 \times U$   
 Fin Tant que  
 Sortie :  
 Afficher  $N$

Cocher, pour chaque proposition, la réponse qui convient. Aucune justification n'est demandée.

**Question 1 :**

- La suite  $(u_n)$  est arithmétique
- La suite  $(u_n)$  est géométrique
- La suite  $(u_n)$  est constante
- La suite  $(u_n)$  n'est ni arithmétique, ni géométrique

**Question 2 :**

La valeur affichée par l'algorithme est :

- 6
- 7
- 83
- 84

**Question 3 :**

Cet algorithme permet d'obtenir :

- La valeur de  $u_{100}$
- Les 100 premières valeurs de la suite  $(u_n)$
- Le nombre de termes supérieurs à 100
- Le plus petit rang  $N$  pour lequel  $U \leq 100$

**Question 4 :**

Une fois l'algorithme exécuté, on a :

- $U = 100$
- $U > 100$
- $U \geq 100$
- $U \leq 100$