Baccalauréat STAV Nouvelle Calédonie novembre 2019

La calculatrice est autorisée.

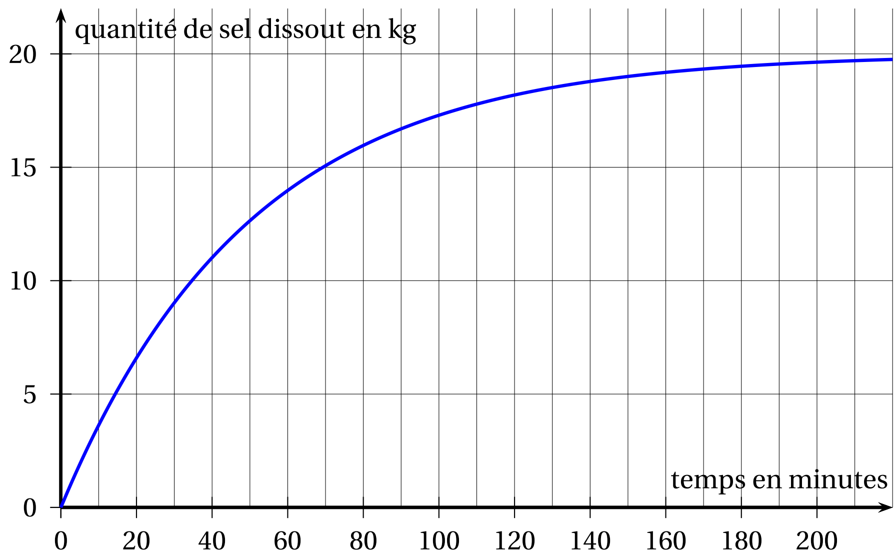
L'annexe A est à rendre avec la copie après avoir été numérotée

EXERCICE 1 **7 points**

Lorsqu'on place une substance solide (comme le sel) dans l'eau, la vitesse de dissolution est proportionnelle à la quantité non encore dissoute, à tout instant.
On place 20 kg de sel dans un grand récipient d'eau à l'instant $t = 0$ et on note $f(t)$ la quantité dissoute (en kg) à l'instant t (en min).
On admet que f est la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(t) = -20\mathrm{e}^{-0,02t} + 20.$$

On désigne par $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal, donnée ci-dessous :



1. **a.** À l'aide du graphique, émettre une hypothèse sur le sens de variation de la fonction f et sa limite en $+\infty$.
   b. Calculer la limite de f en $+\infty$. Interpréter ce résultat mathématiquement, puis dans le contexte de l'exercice.
   c. Déterminer $f'(t)$ pour tout t de $[0\,;\,+\infty[$ puis le signe de $f'(t)$ sur $[0\,;\,+\infty[$.
   d. Dresser le tableau de variation de f sur $[0\,;\,+\infty[$.
2. On voudrait déterminer au bout de combien de temps 15 kg de sel seront dissouts.
   a. Déterminer une valeur approchée de ce moment par la méthode de votre choix (graphique et/ou calculatrice).
   b. Résoudre l'équation $-20\mathrm{e}^{-0,02t} + 20 = 15$ et donner la valeur exacte, puis une valeur approchée arrondie à l'unité près du moment où il ne restera que 5 kg de sel à dissoudre.

3. On pose $Q = \dfrac{1}{120}\displaystyle\int_0^{120} f(t)\,\mathrm{d}t$.

Q représente la quantité de sel moyenne dissoute sur les 2 premières heures de l'expérience.

Donner la valeur exacte de Q puis sa valeur approchée arrondie au gramme près.

EXERCICE 2 — 6 points

Les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.
Une jardinerie vend des lots de graminées pour gazon.

Partie A : faculté germinative

Ces lots contiennent 70 % de fétuque rouge et le reste de ray-grass.
La faculté germinative est de : 89 % pour la fétuque rouge et 93 % pour le ray-grass.
On considère les évènements suivants :

- F : « la graine est une graine de fétuque rouge »
- G : « la graine germe ».

1. Traduire les données de l'énoncé sous forme d'un arbre de probabilités.
2. Calculer la probabilité qu'une graine de fétuque rouge germe.
3. Calculer la probabilité qu'une graine du mélange pour gazon germe.

Partie B : pureté spécifique

Sur l'étiquette des lots, il est indiqué que 97 % des lots ne contiennent aucune graine de rumex (mauvaise herbe de la même famille que l'oseille). La jardinerie fait une commande de 500 lots de mélange pour gazon. On note X, la variable aléatoire égale aux nombres de lots de semences contenant du rumex.

1. Justifier que la loi de X est la loi binomiale de paramètres $n = 500$ et $p = 0{,}03$.
2. Dans une telle commande, en moyenne combien de lots contiendront du rumex ?
3. Calculer la probabilité d'avoir plus de 10 lots avec du rumex dans la commande.
   On pourra utiliser la calculatrice ou le tableau ci-dessous.

a	8	9	10	11	12
$P(X \leqslant a)$	0,035	0,067	0,115	0,181	0,264

EXERCICE 3 — 3 points

Pour chacune des questions, une seule réponse parmi les trois est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie correspondante en justifiant votre choix.

Dans une usine, une machine fabrique des tiges métalliques destinées à des pulvérisateurs. L'ingénieur chargé du réglage affirme que les tiges fabriquées présentent un défaut dans 2 % des cas.
On s'intéresse à un échantillon de 300 tiges prélevées au hasard dans le stock. On suppose que le stock est suffisamment important pour qu'on puisse assimiler ces tirages à des tirages au sort avec remise.

1. À 10^{-3} près, un intervalle de fluctuation asymptotique à 0,95 de la fréquence des tiges avec défaut sur l'échantillon est :

   a. [0,011 ; 0,029]
   b. [0,004 ; 0,036]
   c. [0 ; 0,95]

2. Un ouvrier trouve 8 tiges défectueuses dans l'échantillon.
   a. Au seuil de risque de 5 %, il peut remettre en cause l'hypothèse de l'ingénieur.
   b. Au seuil de risque de 5 %, il ne peut pas remettre en cause l'hypothèse de l'ingénieur.
   c. Il faut recommencer l'expérience.

3. Cette question est indépendante des deux premières. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	U, N
Initialisation :	Affecter à U la valeur 120
Traitement :	
	Pour N allant de 1 à 6
	Affecter à U la valeur $U \times 0{,}95$
	Fin Pour
Sortie :	Afficher U

   À 10^{-2} près par défaut, la valeur affichée en sortie est égale à :
   a. 92,85
   b. 114,30
   c. 88,21

EXERCICE 4 **4 points**

Dans le cadre d'un test sur la résistance d'une plante à la radioactivité, on observe l'évolution de la durée de floraison de plantes soumises à de la radioactivité par rapport à la durée habituelle de floraison sans radioactivité.
On appelle Gain le nombre de jours gagnés ou perdus sur la durée de floraison habituelle.
Lorsqu'il y a une diminution de la durée par rapport à la floraison habituelle, on note négativement ce gain.
Par exemple, un Gain de −3 veut dire que la plante soumise à la radioactivité a eu une floraison avec 3 jours de moins sur la floraison habituelle.
On obtient les résultats suivants :

Gain	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Effectif	4	7	13	21	28	31	30	23	15	10	6	3	2

1. **a.** Combien de plantes ont gagné deux jours de floraison ?
   b. Calculer la moyenne $\overline{x}$ et l'écart type σ de cette série statistique arrondis à 10^{-2} près.
   c. Calculer le pourcentage des plantes dont le Gain est dans l'intervalle $[\overline{x} - 2\sigma ; \overline{x} + 2\sigma] = [-2{,}81 ; 2{,}15]$.
2. On note Y le Gain en jours de la durée de floraison d'une plante choisie au hasard. En admettant que l'on peut modéliser la loi de Y par une loi normale d'espérance −0,3 et d'écart-type 1,2, calculer la probabilité que la durée de floraison de la plante augmente d'au moins deux jours.
   On pourra utiliser la calculatrice ou le tableau ci-dessous.

a	−3	−2	−1	0	1	2	3
$P(Y \leqslant a)$	0,012 2	0,078 3	0,279 8	0,598 7	0,860 7	0,972 4	0,997 0