Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant novembre 2012 Nouvelle-Calédonie

L'annexe A est à rendre avec la copie

Exercice 1 **4,5 points**

Caroline fait partie d'un groupe de 8 personnes suivant une formation à raison de 5 séances par semaine.
À chaque séance, le formateur interroge au hasard l'un des participants indépendamment de l'interrogation des séances précédentes.

1. Justifier que la probabilité que Caroline soit interrogée lors d'une séance est de 0,125.
2. On considère la variable aléatoire X égale au nombre de fois où Caroline est interrogée sur une semaine.
   a. Quelle est la nature de la loi de probabilité de X ? En préciser les paramètres.
   Justifier votre réponse.
   Dans la suite de l'exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-4} *près.*
   b. Calculer la probabilité que Caroline soit interrogée exactement 2 fois dans la semaine.
   c. Calculer $p(X \geqslant 2)$ et interpréter ce résultat.

Exercice 2 **4,5 points**

On a interrogé un groupe de personnes (adultes et enfants) suite à la projection du film « Nature ». On a obtenu les résultats suivants :

- 3/10 des personnes interrogées sont des enfants ;
- 5/8 des adultes ont apprécié le film ;
- 1/4 des enfants n'ont pas apprécié le film.

On choisit au hasard une personne du groupe. On note :

A l'évènement : « La personne interrogée est un adulte » ;

M l'évènement : « La personne interrogée a apprécié le film ».

Tous les résultats des probabilités seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. Traduire les données à l'aide d'un arbre de probabilités en indiquant les probabilités sur chaque branche.
2. Calculer $p(A \cap M)$ et interpréter le résultat.
3. Calculer la probabilité de l'évènement : « La personne interrogée a apprécié le film ».
4. La personne interrogée a apprécié le film ; quelle est la probabilité que cette personne soit un adulte ?

Exercice 3 **11 points**

La courbe $\mathscr{C}_f$ donnée en **annexe A** (à rendre avec la copie) est la représentation graphique, dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$.
La droite (T_A), parallèle à l'axe des abscisses, est la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse $-\dfrac{1}{2}$.
La droite (T_B) est tangente à $\mathscr{C}_f$ au point B d'abscisse 0.
La droite (D), d'équation $y = 2$, est asymptote à $\mathscr{C}_f$, en $+\infty$.

PARTIE A

Par lecture graphique et en expliquant la démarche adoptée, déterminer :

1. $f(0)$ et $f'(0)$.
2. L'équation réduite de (T_B).
3. La limite de f en $+\infty$.
4. La ou les solutions de l'équation $f(x) = 0$ (avec la précision permise par le graphique).
5. La ou les solutions de l'équation $f'(x) = 0$.

PARTIE B

On admet que la fonction numérique f de la partie A est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2 - (2x+3)\text{e}^{-x}.$$

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$.
2. **a.** Démontrer que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x) = (2x+5)\text{e}^{-x} + 2x$$

   est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

   b. Donner une autre primitive de f sur $\mathbb{R}$.

   c. Justifier graphiquement que pour tout x de l'intervalle $[2\,;\,3]$ on a $f(x) \geqslant 0$.

   d. Calculer la valeur exacte, puis la valeur arrondie à 10^{-2} près, de l'aire $\mathscr{A}$ (exprimée en unités d'aire) du domaine plan limité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 2$ et $x = 3$.

ANNEXE A à rendre avec la copie