Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant session 2006

Exercice 1

Dans une classe de terminale technologique, 30 % des élèves sont des filles.

— trois filles sur cinq déclarent travailler pendant l'été ;

— un garçon sur cinq déclare travailler pendant l'été.

Partie A

On choisit au hasard un élève de la classe. On considère les évènements suivants :
F : « l'élève est une fille » ;
G : « l'élève est un garçon » ;
T : « l'élève travaille pendant l'été ».

1. Déterminer $p(\text{F})$; $p(\text{G})$; $p_{\text{F}}(\text{T})$ et $p_{\text{G}}(\text{T})$.
2. Décrire la situation à l'aide d'un arbre de probabilités en indiquant les probabilités sur chacune des branches.
3. Calculer $p(\text{F} \cap \text{T})$.
4. Montrer que $p(\text{T}) = 0,32$.
5. Calculer la probabilité que l'élève soit une fille sachant que cet élève travaille pendant l'été.

Partie B

Dans le fichier des élèves de cette classe de terminale technologique, on tire au hasard, successivement avec remise, 10 fiches d'élèves. On note X la variable aléatoire égale au nombre d'élèves, parmi les 10, qui travaillent pendant l'été.
Dans cette partie, les résultats numériques seront donnés sous forme décimale arrondis à 10^{-3}.

1. Justifier que la loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,32$.
2. Calculer la probabilité qu'aucun élève parmi les 10 ne travaille pendant l'été.
3. Calculer la probabilité qu'au moins 2 élèves parmi les 10 travaillent pendant l'été.

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2\text{e}^{2x} - \text{e}^{x}$$

et $\left(\mathscr{C}_f\right)$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
On admet que parmi les 3 courbes données dans le document, une seule représente la fonction f et la tangente à $\left(\mathscr{C}_f\right)$ au point d'abscisse 0. On se propose de déterminer laquelle.

1. Calculer la limite en $-\infty$ de f et interpréter graphiquement le résultat. Quelle courbe proposée peut-on alors éliminer ? Justifier la réponse.
2. **a.** Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $f'(x) = 4\text{e}^{2x} - \text{e}^{x}$.

   b. En déduire une équation de la tangente à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ au point d'abscisse 0.

3. Conclure en donnant le numéro de la courbe représentative de f. Justifier la réponse.

Exercice 3

Soit la fonction g définie sur $[-\pi ; \pi]$ par :

$$g(x) = 2\cos x + 3.$$

On note $\left(\mathscr{C}_g\right)$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
On prendra comme unités graphiques : 6 cm pour π en abscisses et 1 cm pour une unité en ordonnées.

1. Montrer que g est paire sur $[-\pi ; \pi]$ et interpréter graphiquement le résultat.
2. Calculer $g'(x)$.
3. Résoudre sur $[0 ; \pi]$ l'équation : $g'(x) = 0$.
4. En utilisant le cercle trigonométrique, montrer que $g'(x) \geqslant 0$ sur $[0 ; \pi]$.
5. Dresser le tableau de variations de g sur $[0 ; \pi]$.
6. Recopier et compléter le tableau suivant :
   Les valeurs numériques de $g(x)$ seront arrondies à 10^{-2} près.

x	0	$\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{\pi}{3}$	$\dfrac{\pi}{2}$	$\dfrac{2\pi}{3}$	$\dfrac{5\pi}{6}$	π
$g(x)$							

7. En utilisant le résultat de la première question, construire $\left(\mathscr{C}_g\right)$ sur $[-\pi ; \pi]$ dans le repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
8. Calculer $\displaystyle\int_0^{\pi} g(x)\,\text{d}x$ et interpréter graphiquement le résultat.

Document de l'exercice 2