Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant Métropole session 2007

Exercice 1

Dans un lycée, 200 élèves de classes terminales passent tous un baccalauréat : général ou bien technologique.

Partie A

On a les informations suivantes :

— 20 élèves du lycée passent le baccalauréat général ;
— 25 % des élèves passant le baccalauréat général n'y ont pas obtenu la moyenne ;
— 60 % des élèves passant le baccalauréat technologique y ont obtenu la moyenne.

Soit G l'évènement « l'élève passe le baccalauréat général » ;
T l'évènement « l'élève passe le baccalauréat technologique » ;
M l'évènement « l'élève a obtenu la moyenne au baccalauréat ».
L'épreuve consiste à tirer au hasard une fiche dans le fichier des 200 élèves.

1. En utilisant les données de l'énoncé :
   a. Calculer $p(\mathrm{G})$;
   b. Décrire cette situation à l'aide d'un arbre de probabilités en précisant les probabilités sur chaque branche.
2. **a.** Calculer les probabilités $p(\mathrm{M} \cap \mathrm{T})$, $p(\mathrm{M} \cap \mathrm{G})$.
   b. En déduire $p(\mathrm{M})$.
3. Calculer, à 10^{-2} près, la probabilité qu'un élève ayant obtenu la moyenne au baccalauréat soit issu d'un baccalauréat général.

Partie B

Dans cette partie, les résultats numériques seront arrondis à 10^{-4} *près.*

On appelle X la variable aléatoire égale à la moyenne obtenue par les candidats du baccalauréat général. La loi de X est la loi normale de moyenne 11 et d'écart - type 4.
Pour répondre aux questions suivantes, on pourra utiliser la table de la loi normale centrée réduite.

Quelles sont les probabilités qu'un candidat ait obtenu une note :

a. inférieure à 12 ?
b. supérieure à 15 ?

Exercice 2

La courbe $(\mathscr{C}_g)$ donnée dans le document représente, dans un repère orthogonal, une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $\mathrm{I} = \left[-\dfrac{3\pi}{2}\,;\,\dfrac{3\pi}{2}\right]$.

1. Par *lecture graphique*, répondre aux questions suivantes en expliquant par une phrase la démarche adoptée :
   a. Donner $g(0)$ et $g'(0)$.

b. Donner une équation de la droite (T')

c. Résoudre dans I l'équation : $g'(x) = -1$.

2. *Étude théorique*

On admet que la fonction g est définie sur I par : $g(x) = -x + 3\cos x$.

a. Calculer $g'(x)$.

b. Résoudre par le calcul dans I l'équation : $g'(x) = -1$.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $]3\,;\,6]$ par :

$$f(x) = x - 2 + \ln(x-3)$$

et $(\mathscr{C}_f)$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

1. Déterminer la limite de f en 3. Interpréter graphiquement cette limite.

2. Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f sur $]3\,;\,6]$. En déduire que pour tout x de $]3\,;\,6]$, $f'(x) > 0$.

3. a. Dresser le tableau de variation de f sur $]3\,;\,6]$. On y indiquera la valeur de $f(6)$.

b. Calculer $f(4)$. En déduire le signe de f sur $[4\,;\,6]$.

4. Soit F la fonction définie sur $]3\,;\,6]$ par

$$F(x) = (x-3)\ln(x-3) + \frac{x^2}{2} - 3x.$$

Montrer que F est une primitive de f sur $]3\,;\,6]$.

5. a. Calculer la valeur exacte de $\mathrm{J} = \displaystyle\int_4^6 f(t)\,\mathrm{d}t$.

b. En utilisant le 3. b., donner une interprétation graphique de J dans le repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

Document de l'exercice 2
Courbe $(\mathscr{C}_g)$

- La droite (T) est tangente à $(\mathscr{C}_g)$ au point d'abscisse 0.
- La droite (T') est tangente à $(\mathscr{C}_g)$ aux points A et B d'abscisse respectives π et $-\pi$.