

Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant Métropole–La Réunion 9 juin 2016

A. P. M. E. P.

La calculatrice est autorisée.

L'annexe A est à rendre avec la copie

EXERCICE 1

6 points

Les parties A et B sont indépendantes

Une entreprise de production de miel commercialise des pots de 250 g de miel d'acacia, ces pots contenant aussi des fruits secs.

Partie A

La masse de fruits secs présents dans un pot de miel, exprimée en g, est une variable aléatoire X distribuée selon la loi normale de moyenne $\mu = 75$ et $\sigma = 4$.

L'entreprise considère que le remplissage du pot est conforme si la masse de fruits secs contenus dans un pot de miel est comprise entre 65 g et 85 g. Dans le cas contraire il est non conforme.

- À l'aide de la calculatrice ou du tableau de valeurs suivant, donner la probabilité, arrondie à 10^{-4} près qu'un pot soit conforme

a	60	65	70	75	80	85	90	95
$P(X < a)$	0,000 1	0,006 2	0,105 6	0,5	0,894 4	0,993 8	0,999 9	1

Des cartons de 6 pots ont été formés en prélevant ces pots au hasard parmi l'ensemble des pots en bout de chaîne de production. Le nombre de pots produits est suffisamment important pour considérer indépendant le choix des pots constituant le carton.

On considère pour la suite que la probabilité de choisir un pot conforme est de 0,99.

On note Y la variable aléatoire égale au nombre de pots conformes, parmi les 6 pots prélevés constituant un carton.

- Justifier que la loi de probabilité de Y est la loi binomiale de paramètres $n = 6$ et $p = 0,99$.
- Déterminer $p(Y = 6)$ arrondi à 10^{-2} près, et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
- Quelle est la probabilité qu'un carton contienne au moins un pot non conforme? Justifier.

Partie B

Les fruits secs contenus dans les pots de miel sont soit des amandes, soit des noix, soit des noisettes. Il n'y a qu'un seul type de fruit sec par pot.

Le laboratoire d'analyse de qualité de cette entreprise, étudie la masse en grammes de noisettes, noix et amandes présentes dans 240 pots conformes de miel d'acacia, prélevés au hasard dans la chaîne de fabrication.

Voici les résultats obtenus par le laboratoire après la pesée des fruits secs contenus dans 240 pots.

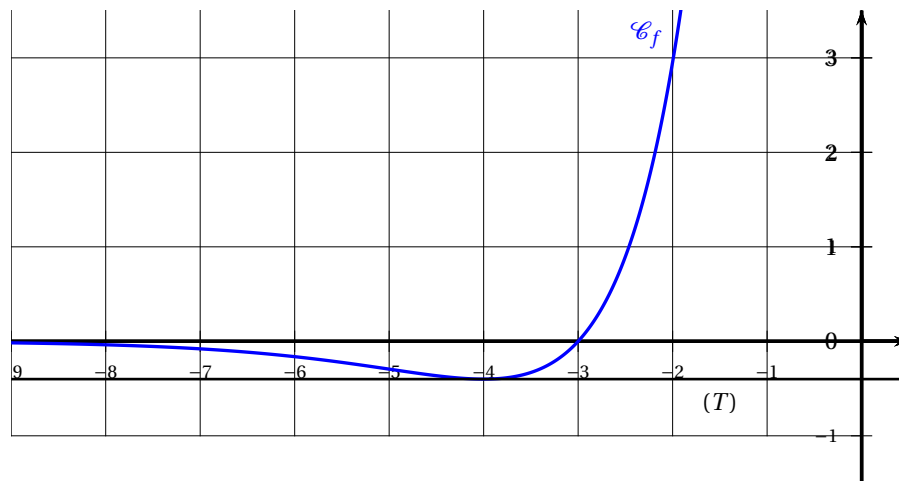
Fruits secs utilisés Masse en grammes de fruits secs	Noisettes	Noix	Amandes
[65; 70[4	4	7
[70; 75[29	33	32
[75; 80[32	41	37
[80; 85[6	8	7

1. a. Compléter le tableau des effectifs marginaux situé en **annexe A (à rendre avec la copie)**.
- b. Compléter le tableau situé en **annexe A (à rendre avec la copie)**, des profils colonnes et du profil marginal des colonnes. Les résultats seront arrondis à 10^{-2} près si nécessaire.
- c. Peut-on dire que la masse de fruits secs contenue dans les pots dépend de la nature du fruit sec?
Justifier la réponse.

EXERCICE 2**4 points**

La courbe \mathcal{C}_f donnée ci-dessous, est la représentation graphique dans un repère orthogonal d'une fonction f définie sur $] -\infty ; 0]$. La droite (T) , parallèle à l'axe des abscisses, est tangente à \mathcal{C}_f au point A d'abscisse -4 .

L'axe des abscisses est asymptote à \mathcal{C}_f en $-\infty$.



Préciser pour chacune des propositions qui suivent si elle est vraie ou fausse puis justifier la réponse :

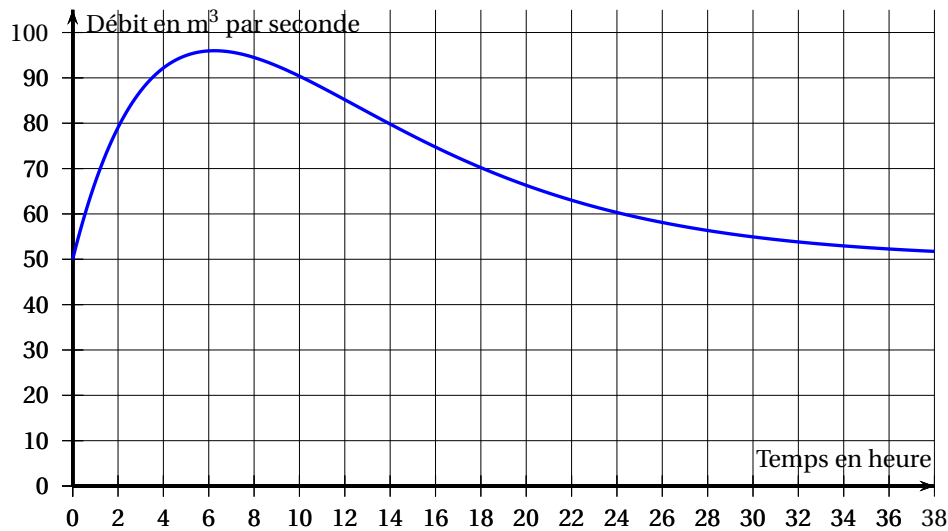
1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -9$.
2. $f'(-4) = 0$.
3. $f'(x) < 0$ sur $[-4 ; -3]$.
4. $\int_{-3}^{-2} f(x) dx \geq 3$.

EXERCICE 3**6 points**

Après un épisode pluvieux, un organisme surveille la crue et la décrue d'une rivière qui traverse une zone habitée.

Partie A

Les relevés des débits, exprimés en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ (mètre cube par seconde), ont permis d'établir la courbe ci-dessous pour les premières heures :



En utilisant le graphique, avec la précision permise par le graphique, répondre sans justification aux questions suivantes :

1. Donner le débit de la rivière au début de la crue.
2. Indiquer le débit maximal et le moment auquel il est atteint.
3. On considère qu'il y a des risques d'inondations au-delà d'un débit de la rivière de $70 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Donner l'intervalle de temps pendant lequel il y a des risques d'inondations.

Partie B

On admet que l'évolution du débit de la rivière est modélisé par la fonction f définie sur $[0 ; 60]$ par :

$$f(x) = 50 + 20xe^{-0,16x}$$

où x représente le temps en heure et $f(x)$, le débit en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

1. Déterminer une valeur approchée de $f(60)$ arrondie à l'unité et interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.
2.
 - a. Montrer que $f'(x) = (20 - 3,2x)e^{-0,16x}$.
 - b. Etudier le signe de $f'(x)$.
 - c. Construire le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0 ; 60]$.
 - d. Préciser alors la réponse à la question 2 de la partie A (arrondir à 10^{-2} près).
3. On admet que F définie par $F(x) = 50x - (781,25 + 125x)e^{-0,16x}$ est une primitive de f sur $[0 ; 60]$.

La quantité d'eau apportée par la rivière lors de la crue est $I = \int_0^{6,25} f(x) dx$.

- a. Calculer la valeur exacte de $I = \int_0^{6,25} f(x) dx$.
- b. En donner une valeur approchée au m^3 près.

EXERCICE 4

4 points

En 2016, on comptait en France, 650 000 colonies d'abeilles. Du fait du taux de mortalité important chez ces insectes, on observe que le nombre de colonies baisse de 7,5% par an et on considère que cette tendance devrait se poursuivre dans les années à venir.

On note u_n le nombre de colonies d'abeilles l'année $(2016 + n)$ et $u_0 = 650000$.

1. Justifier que (u_n) est une suite géométrique de raison 0,925.
2. Justifier que $u_n = 650\,000 \times 0,925^n$.
3. Expliquer ce que réalise l'algorithme ci-dessous dans le contexte de l'exercice :

u prend pour valeur 650 000 n prend pour valeur 0 Tant que $u > 100\,000$ n prend la valeur $n + 1$ u prend la valeur $0,925 \times u$ Fin tant que Afficher n
--

4. Par la méthode de votre choix, déterminer au bout de combien d'années le nombre de colonies d'abeilles passera en dessous de 100 000. Expliquer votre démarche.

ANNEXE A (à compléter et à rendre avec la copie)

Exercice 1 :

Partie B

Question 1. a.

Fruits secs utilisés Masse en grammes de fruits secs	Noisettes	Noix	Amandes	Total
[65; 70[4	4	7	
[70; 75[29	33	32	
[75; 80[32	41	37	
[80; 85[6	8	7	
Total				240

Question 1. b. : arrondir à 10^{-2} près

Fruits secs utilisés Masse en grammes de fruits secs	Noisettes	Noix	Amandes	Total
[65; 70[0,06	0,05	0,08	0,06
[70; 75[0,41			
[75; 80[0,45			
[80; 85[0,08	0,09	0,08	0,09
Total	1	1	1	1