Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant Métropole, Antilles–Guyane, La Réunion juin 2009

Exercice 1 **6,5 points**

Tous les résultats seront arrondis au centième près, si nécessaire

Une auto-école propose deux filières possibles pour préparer l'examen du permis de conduire : l'apprentissage anticipé de la conduite (AAC) et la filière traditionnelle.
Elle affiche les résultats suivants :

- 40 % de ses candidats choisissent la formule AAC ;
- 80 % des candidats qui choisissent la formule AAC obtiennent leur permis lors de la première présentation ;
- 50 % des candidats qui préparent leur permis avec la filière traditionnelle l'obtiennent lors de la première présentation.

On interroge au hasard un de ses candidats après l'obtention du résultat de sa première présentation.
On note A l'évènement : « Le candidat a préparé son examen avec la filière AAC ».
On note B l'évènement : « Le candidat a obtenu son permis de conduire lors de la première présentation ».

1. Traduire les données à l'aide d'un arbre de probabilités en indiquant les probabilités sur chaque branche.
2. Calculer la probabilité de l'évènement : « Le candidat a préparé le permis de conduire avec la filière AAC et l'a obtenu lors de la première présentation ».
3. Justifier l'affirmation suivante : la probabilité que le candidat ait obtenu son permis de conduire lors de la première présentation est de $0,62$.
4. Le candidat interrogé a échoué au permis de conduire lors de la première présentation.
   Quelle est la probabilité qu'il ait préparé l'examen avec la filière AAC ?

   On interroge au hasard et de façon indépendante 10 candidats de cette auto-école qui viennent de passer leur permis de conduire pour la première fois. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de candidats ayant échoué.
5. Justifier que la loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,38$.
6. Calculer la probabilité d'interroger au moins un candidat ayant échoué.

Exercice 2 QCM **5 points**

Soit f une fonction définie et dérivable sur $]-5\ ;\ +\infty[$. On note f' sa fonction dérivée et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan.
Le tableau de variations de f est donné ci-dessous.

x	-5		0		2		$+\infty$
Signe de $f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	
Variations de f	‖ $+\infty$	↘	0	↗	$3 - \ln\left(\frac{1}{3}\right)$	↘	$-\infty$

Le **QCM** est donné **en annexe**.

Pour chaque question, une seule réponse est exacte.
Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,5 *point. L'absence de réponse n'enlève et n'ajoute pas de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à cette partie sera zéro.*

Exercice 3 **8,5 points**

Soit g la fonction définie sur $]-3\,;\,+\infty[$ par

$$g(x) = \mathrm{e}^{2x} - \frac{3}{x+3}.$$

On note $\mathcal{C}_g$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques :

- 2 cm pour une unité sur l'axe des abscisses,
- 0,5 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées.

1. **a.** Déterminer la limite en $+\infty$ de g.
   b. Déterminer la limite en -3 de g et interpréter graphiquement ce résultat.
2. **a.** Calculer $g'(x)$ pour tout x de $]-3\,;\,+\infty[$.
   b. Justifier que $g'(x)$ est positif sur $]-3\,;\,+\infty[$.
   c. Dresser le tableau de variations de g sur $]-3\,;\,+\infty[$.
   d. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse 0.
3. **a.** Compléter le tableau de valeurs donné en annexe.
   b. Construire $\mathcal{C}_g$ et (T) dans le repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
4. **a.** Vérifier que la fonction G définie sur $]-3\,;\,+\infty[$ par

$$G(x) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} - 3\ln(x+3)$$

   est une primitive de g.
   b. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $\mathrm{I} = \displaystyle\int_0^4 g(x)\,\mathrm{d}x$.
   c. Interpréter géométriquement I.

ANNEXE (à compléter et à remettre avec la copie)

Exercice 2 QCM

Pour chaque question, une seule réponse est exacte.
Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,5 *point. L'absence de réponse n'enlève et n'ajoute pas de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à cette partie sera zéro.*
Cocher pour chaque question posée, la réponse qui convient. Aucune justification n'est demandée.

1. La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de f passe par le point :

☐ A(−5 ; 0) ☐ B(2 ; 0) ☐ C(2 ; 3 + ln 3)

2. $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote d'équation :

☐ $x = -5$ ☐ $y = -5$ ☐ On ne peut pas savoir

3. $f(x) \leqslant 0$ pour tout x de l'intervalle :

☐ $[2 ; +\infty[$ ☐ $]-5 ; 0]$ ☐ On ne peut pas savoir

4. L'équation $f'(x) = 0$ admet pour solution(s) :

☐ 0 et 2 ☐ 0 et $3 - \ln\left(\dfrac{1}{3}\right)$ ☐ −5

5. $f'(4)$ est :

☐ positif ☐ négatif ☐ On ne peut pas savoir

Exercice 3
Les résultats seront arrondis à 0,1 près, si nécessaire

x	$-2,7$	$-2,5$	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	0,5	1	1,5
$g(x)$										