Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant Métropole–Antilles–Guyane–Réunion juin 2013

Exercice 1 **5 points**

Une enquête est réalisée auprès de touristes étrangers ayant séjourné dans une région française sur leur consommation de produits du terroir. Les résultats sont les suivants :

- 89 % des touristes ont consommé des produits du terroir pendant leur séjour en France et, parmi ceux-ci, 90 % en ont acheté pour ramener dans leur pays ;
- 25 % des touristes qui n'en n'ont pas consommé pendant leur séjour, en ont malgré tout acheté pour ramener dans leur pays.

On interroge au hasard un de ces touristes.
On désigne par :
C l'évènement : « Le touriste a consommé des produits du terroir pendant son séjour en France » ;
R l'évènement : « Le touriste a acheté des produits du terroir pour ramener dans son pays ».

1. À partir de l'énoncé, donner $p(C)$, $p_C(R)$ et $p_{\overline{C}}(R)$.
2. Décrire cette situation à l'aide d'un arbre de probabilités en précisant les valeurs des probabilités sur chaque branche.
3. **a.** Calculer $p(C \cap R)$ et $p\left(\overline{C} \cap R\right)$.

   b. En déduire la probabilité que le touriste ramène des produits du terroir dans son pays.
4. Les évènements R et C sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

Exercice 2 QCM **4 points**

Compléter le QCM donné en **annexe A** (à rendre avec la copie).
Pour chaque question, une et une seule des trois réponses proposées est exacte.
Cocher la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,5 *point.*
L'absence de réponse n'enlève et n'ajoute pas de point.
Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est 0.

Une urne contient 30 boules rouges et 20 boules vertes indiscernables au toucher. On prélève successivement et avec remise 4 boules de cette urne. On note X la variable aléatoire égale au nombre de boules vertes obtenues après les quatre tirages.

1. X suit une loi binomiale de paramètres :

   ☐ $n = 4$ et $p = \dfrac{2}{5}$ ☐ $n = 4$ et $p = \dfrac{3}{5}$ ☐ $n = 50$ et $p = \dfrac{2}{5}$

2. La probabilité $P(X = 2)$ est égale à :

   ☐ $\left(\dfrac{2}{5}\right)^2$ ☐ $\left(\dfrac{2}{5}\right)^2\left(\dfrac{3}{5}\right)^2$ ☐ $6 \times \left(\dfrac{2}{5}\right)^2\left(\dfrac{3}{5}\right)^2$

3. La probabilité $P(X \leqslant 1)$ est égale à :

☐ 0,1296 ☐ 0,3456 ☐ 0,4752

4. L'espérance de la variable aléatoire X est :

☐ 1,6 ☐ 4,4 ☐ 80

Exercice 3 **11 points**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (1 - x)\mathrm{e}^{x}.$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1. a. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

b. On admet que : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$. Interpréter graphiquement ce résultat.

2. a. Déterminer l'expression de $f'(x)$ pour tout réel x.

b. Démontrer que $f'(x)$ est du signe de $-x$ pour tout réel x.

c. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$.
En déduire les coordonnées du point d'intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses.

4. a. Compléter le tableau de valeurs donné ci-dessous. Les résultats seront arrondis au dixième près.

x	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	$0,5$	1	$1,25$
$f(x)$								

b. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ dans un repère orthonormal d'unité graphique 4 cm.

5. a. Tracer la droite Δ d'équation $y = -x + 1$ dans le même repère que la courbe $\mathscr{C}$.

b. Résoudre dans $\mathbb{R}$, par la méthode de votre choix, l'équation : $f(x) = -x + 1$.

6. Soit la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = (2 - x)\mathrm{e}^{x}$.

a. Démontrer que la fonction F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$

b. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

c. En déduire l'aire $\mathscr{A}$ exprimée en cm^2 au mm^2 près, du domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.