# Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant septembre 2011

L'annexe A est à rendre avec la copie

**Exercice 1** **8 points**

*Les résultats des probabilités seront arrondis à* $10^{-4}$ *près si nécessaire.*

Miguel est un basketteur confirmé plutôt adroit aux lancers francs.
Après étude de ses performances, son entraîneur a constaté que quand il bénéficie d'une série de deux lancers francs :

- Il réussit le premier lancer dans 95 % des cas.
- Quand il rate le premier lancer, il rate aussi le deuxième dans 3 cas sur 10.
- Quand il réussit le premier lancer, il réussit aussi le deuxième dans 90 % des cas.

Au cours d'un match, Miguel bénéficie d'une série de deux lancers francs. On note :

- F l'évènement : « Miguel réussit le premier lancer ».
- G l'évènement : « Miguel réussit le deuxième lancer ».

**1.** À l'aide de l'énoncé, donner :

  **a.** La probabilité qu'il réussisse le premier lancer.

  **b.** La probabilité qu'il réussisse le deuxième lancer sachant qu'il a réussi le premier.

**2.** Décrire la situation à l'aide d'un arbre de probabilités, en précisant les probabilités sur chacune des branches.

**3.** Justifier que la probabilité de voir Miguel réussir les deux lancers est de 0,855.

**4.** Quelle est la probabilité qu'il réussisse le deuxième lancer sachant qu'il a raté le premier ?

**5.** Calculer la probabilité qu'il réussisse le deuxième lancer.

**6.** Son entraîneur est arrivé en retard et voit Miguel réussir le deuxième lancer. Quelle est la probabilité qu'il ait aussi réussi le premier lancer de la série ?

Au cours d'un autre match, il bénéficie de 10 séries de deux lancers francs. On considère qu'il réussit la série quand les deux lancers sont réussis. On admet que les séries sont réalisées de façon indépendante.
On note $X$ la variable aléatoire égale au nombre de séries réussies.

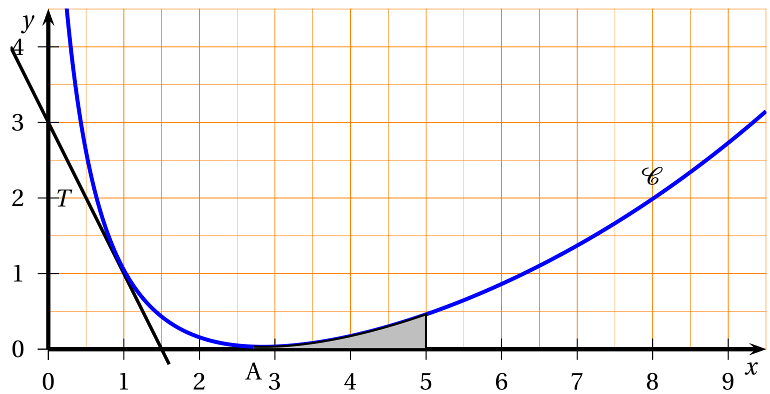
**7.** Justifier que la loi de probabilité de $X$ est une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

**8.** Calculer la probabilité qu'il réussisse exactement 7 séries.

**9.** Calculer la probabilité qu'il réussisse au moins une série.

**Exercice 2 QCM** **4 points**

Ci dessous sont représentées la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction $f$ définie sur $]0~;~+\infty[$ et la tangente $T$ à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.
$\mathscr{C}$ est tangente à l'axe des abscisses au point A d'abscisse e.




Répondre au QCM donné en annexe A (à rendre avec la copie).

**Exercice 3** **8 points**

La fonction $g$ est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \mathrm{e}^{x-1} - \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2(x-1)}.$$

1. Déterminer la limite de $g$ en $-\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.
2. Vérifier que pour tout réel $x$, $g(x) = \mathrm{e}^{x-1}\left(1 - \frac{1}{2}\mathrm{e}^{x-1}\right)$. En déduire la limite de $g$ en $+\infty$.
3. Démontrer que pour tout réel $x$, $g'(x) = \mathrm{e}^{x-1}\left(1 - \mathrm{e}^{x-1}\right)$.
4. Démontrer que $1 - \mathrm{e}^{x-1} \geqslant 0$ pour $x \leqslant 1$.
5. En déduire le signe de $g'(x)$ et les variations de la fonction $g$ sur $\mathbb{R}$.
6. Parmi les courbes données en annexe A (à rendre avec la copie), indiquer celle qui est une représentation graphique de la fonction $g$.
7. Soit $G$ la primitive de la fonction $g$ définie sur $\mathbb{R}$ par

$$G(x) = \mathrm{e}^{x-1} - \frac{1}{4}\mathrm{e}^{2(x-1)}.$$

Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x$.

**ANNEXE A (à compléter et à rendre avec la copie)**

**Exercice 2 : QCM**

Pour chaque question, une seule réponse est exacte.
Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte enlève 0,5 point.
L'absence de réponse n'enlève et n'ajoute pas de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée sera zéro.

Cocher pour chaque question posée, la réponse qui convient. Aucune justification n'est demandée.

**1.** $f'(1)$ est égal à :

| | |
|---|---|
| ☐ 1,5 | ☐ 1 |
| ☐ 2 | ☐ $-2$ |

**2.** L'équation réduite de la tangente $T$ à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1 est :

| | |
|---|---|
| ☐ $y = 3x + 1,5$ | ☐ $y = -2x + 3$ |
| ☐ $y = x + 3$ | ☐ $y = 2x + 3$ |

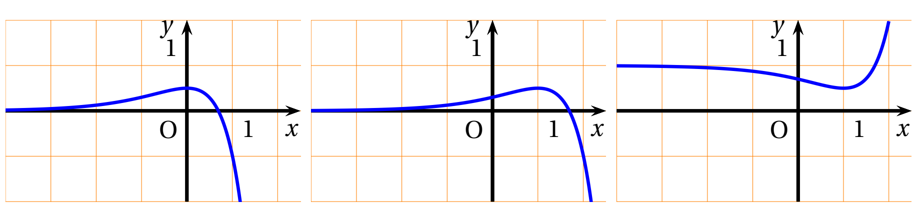
**3.** La valeur de $f(\mathrm{e})$ est :

| | |
|---|---|
| ☐ 0,5 | ☐ e |
| ☐ 1 | ☐ 0 |

**4.** La valeur arrondie à $10^{-2}$ près de $\displaystyle\int_{\mathrm{e}}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$ est :

| | |
|---|---|
| ☐ 1,30 | ☐ 2,28 |
| ☐ 0,33 | ☐ 5 |

**Exercice 3**




Courbe 1 Courbe 2 Courbe 3