

Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant

Nouvelle Calédonie novembre 2013

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou infructueuse, qu'il aura développée.

Exercice 1 :

4 points

Dans cet exercice, les résultats des probabilités seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Une urne contient 16 jetons identiques et indiscernables au toucher : 8 blancs, 6 rouges et 2 jaunes. L'épreuve consiste à tirer simultanément 3 jetons de l'urne.

- Justifier qu'il y a 560 tirages possibles.
- Calculer la probabilité des événements suivants :
 - A : « les trois jetons sont de couleurs différentes » ;
 - B : « les trois jetons sont de la même couleur » ;
 - C : « au moins un des trois jetons est rouge ».

Exercice 2 :

11 points

Soit f la fonction définie sur $\left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$ par :

$$\ln(2x+1) - e^{-x} + 1$$

On note \mathcal{C} la courbe représentative de f dans un repère orthonormé d'unités graphiques 2 cm.

- Déterminer la limite de f en $+\infty$.
 - Démontrer que la limite de f en $-\frac{1}{2}$ est égale à $-\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.
- Déterminer l'expression de $f'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $\left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$.
 - Prouver que la fonction f est strictement croissante sur $\left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$.
- Déterminer une équation de la tangente \mathcal{T} à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse 0.
- Compléter le tableau de valeurs donné en **annexe A (à rendre avec la copie)**.
Les résultats seront arrondis à 10^{-1} près.
 - Construire la courbe \mathcal{C} , la tangente \mathcal{T} et les éventuelles asymptotes à \mathcal{C} .
- Soit F la fonction définie sur $\left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$ par

$$F(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right) \ln(2x+1) + e^{-x}.$$

- Démontrer que F est une primitive de f sur $\left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$.
- Hachurer sur le graphique le domaine plan délimité par la courbe \mathcal{C} , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=0$ et $x=\frac{5}{2}$.
- Calculer la valeur exacte de l'aire A de ce domaine, exprimée en unités d'aire.
- En déduire la valeur de A en cm^2 , arrondie au cm^2 près.

Exercice 3**5 points**

Une usine fabrique des toiles de pergola. Ces toiles peuvent présenter deux types de défauts :

- Un défaut de couleur de la toile ;
- un défaut d'étanchéité de la toile.

Sur un lot de 200 toiles, on obtient les résultats suivants :

	Présente un défaut d'étanchéité	Ne présente pas de défaut d'étanchéité	Total
Présente un défaut de couleur	8	8	16
Ne présente pas de défaut de couleur	4	180	184
Total	12	188	200

On admet que la répartition des deux types de défauts observée sur ce lot est identique en proportion à celle de l'ensemble de la production.

PARTIE A

On prélève une toile au hasard dans la production.

1. Calculer la probabilité que cette toile présente les deux défauts.
2. Sachant que la toile présente un défaut de couleur, calculer la probabilité qu'elle présente aussi un défaut d'étanchéité.

PARTIE B

Le coût de fabrication d'une toile est de 100 €. Toutes les toiles sont garanties et en cas de défaut, cette garantie permet au client de faire réparer la toile aux frais du fabricant. Les frais de réparation sont les suivants :

- 50 € pour un défaut de couleur uniquement ;
- 70 € pour un défaut d'étanchéité uniquement ;
- 80 € pour les deux défauts.

On note X la variable aléatoire qui, à chaque toile prélevée au hasard dans la production, associe son prix de revient, c'est-à-dire son coût de fabrication augmenté éventuellement des frais de réparation.

1. Préciser les valeurs prises par X .
2. En utilisant les résultats précédents, compléter le tableau donné en **annexe A**. Les probabilités seront données sous la forme de fractions dont le dénominateur est égal à 200.
3. Calculer la valeur exacte de l'espérance de X notée $E(X)$.
Que représente cette valeur pour le fabricant ?

ANNEXE A (à compléter et à rendre avec la copie)

EXERCICE 2

4. a. Tableau de valeurs

Les résultats seront arrondis à 10^{-1} près.

x	-0,4	-0,3	-0,2	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$										

EXERCICE 3 PARTIE B

2. Loi de probabilité de X

Les probabilités seront données sous la forme de fractions dont le dénominateur est égal à 200.

x_i	100	150		
$P(X_i)$				

