

Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant

Métropole–La Réunion septembre 2020

La calculatrice est autorisée.

Les annexes A, B₁ et B₂ sont à rendre avec la copie après avoir été numérotées.

EXERCICE 1

6 points

Partie A

En 2018, il y a eu 2 560 participants à l'UTMB, Ultra Trail du Mont Blanc, dont 270 femmes. Les coureurs sont classés selon leur catégorie : espoir, senior ou vétéran.

On sait que

- 11/16 des participants sont classés dans la catégorie vétéran.
- 687 des coureurs sont des hommes seniors.
- Aucune femme espoir n'a participé à la course.
- Il y a 66 femmes vétérans de plus que de femmes seniors.

1. Compléter le tableau d'effectifs donné en **annexe A (à rendre avec la copie)**.
2.
 - a. Déterminer le pourcentage de seniors chez les hommes.
 - b. Justifier que le pourcentage de seniors chez les femmes est d'environ 37,8 %
3. On choisit une personne participant à l'UTMB au hasard. Déterminer s'il y a dépendance ou indépendance entre les événements « être dans la catégorie senior » et « être une femme ». Justifier.

Partie B

Une étude portant sur un échantillon de 200 coureurs inscrits cette année à l'UTMB montre que 130 d'entre eux n'ont jamais eu de blessure.

1. Calculer la fréquence f , dans cet échantillon, des coureurs qui n'ont jamais eu de blessure.
2. Donner une estimation de p , la proportion des coureurs de l'UTMB inscrits cette année qui n'ont jamais eu de blessure, par un intervalle de confiance à 95 %.

Arrondir les bornes de l'intervalle à 10^{-2} près.

Rappel : L'intervalle de confiance à 95 % de la proportion p d'une population est :

$$I_C = \left[f - 1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} ; f + 1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \right].$$

3. Cédric a eu l'information que trois quarts des participants n'ont jamais eu de blessure aux précédentes éditions de l'UTMB. Au seuil de risque 5 %, est-il possible que l'on ait la même proportion cette année sur l'ensemble des inscrits ?

EXERCICE 2

5 points

Les résultats seront donnés à 10^{-2} près.

En 2020, la production annuelle moyenne de lait chez un éleveur est de 119 litres par brebis.

Il souhaite augmenter sa production moyenne pour atteindre 200 litres par brebis. Pour cela, il effectue des aménagements dans la bergerie. Il espère que sa production annuelle moyenne de lait va augmenter de 10 % par an.

Source : <https://bioreferences.bioetcliv.org>

On note u_n la production annuelle moyenne par brebis attendue, en litres, l'année 2020 + n .

1. Calculer u_1 et u_2 . Interpréter les résultats dans le contexte de l'exercice.
2.
 - a. Déterminer la nature de la suite (u_n) . On précisera le premier terme et la raison de cette suite.
 - b. Exprimer u_n en fonction de n .
3. Afin d'estimer le nombre d'années nécessaires pour obtenir une production annuelle moyenne de lait supérieure à 200 litres par brebis, on propose les trois algorithmes ci-dessous.
Parmi les trois algorithmes suivants, donner celui qui permet d'afficher la réponse au problème posé. Justifier votre réponse.

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
U réel N entier U prend la valeur 119 N prend la valeur 0	U réel N entier U prend la valeur 119 N prend la valeur 0	U réel N entier U prend la valeur 119 N prend la valeur 0
Tant que U < 200 faire U prend la valeur $1,1 \times U$ Fin tant que	Tant que U < 200 faire U prend la valeur $1,1 \times U$ N prend la valeur N+1 Fin tant que	Tant que U < 200 faire U prend la valeur $1,1 \times U$ N prend la valeur N+1 Fin tant que
N prend la valeur N+1 Afficher N	Afficher N	Afficher U

4. Par la méthode de votre choix, que vous expliquerez, déterminer l'année à partir de laquelle l'éleveur atteindra son objectif.

EXERCICE 3**5 points**

On s'intéresse à une population de tortues dont le nombre d'individus diminue de façon inquiétante. L'évolution de cette population, en fonction du temps, peut être modélisée par la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par

$$f(x) = 332e^{-0,261x}$$

où x représente le nombre d'années écoulées à partir du début de l'année 2020 et $f(x)$ le nombre de tortues.

1. Donner le nombre de tortues au début de l'année 2020 et au début de l'année 2021.
On arrondira à l'entier près par défaut.
2. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
3. Déterminer l'expression de la fonction dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $[0; +\infty[$.
4. Étudier le signe de la dérivée et en déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; +\infty[$.
5. Interpréter les résultats précédents dans le contexte de l'exercice.
6. Des études permettent d'affirmer que, si le nombre de tortues à une date donnée est inférieur au seuil critique de 30 individus, alors l'espèce est vouée à l'extinction. Par la méthode de votre choix que vous expliquerez, déterminer cette date.

EXERCICE 4**4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple, donné en annexes B_1 et B_2 à rendre avec la copie.

Pour chaque proposition, une seule réponse est exacte.

Une réponse exacte rapporte un point, une réponse inexacte ou l'absence de réponse n'enlève pas de point.

Cocher, pour chaque proposition, la réponse qui convient. Aucune justification n'est demandée.

ANNEXE A (à compléter, numéroté et à rendre avec la copie)

EXERCICE 1

Sexe \ Catégorie	Espoir	senior	Vétéran	Total
Homme				
Femme				
Total				2 560

ANNEXE B₁ (à compléter, numéroté et à rendre avec la copie)

EXERCICE 4

1. La taille en centimètres d'une femme en France est une variable aléatoire X distribuée selon la loi normale de moyenne $\mu=163$.

95 % des femmes ont une taille comprise entre 152 cm et 174 cm.

L'écart-type de la variable aléatoire, arrondi à 10^{-1} est :

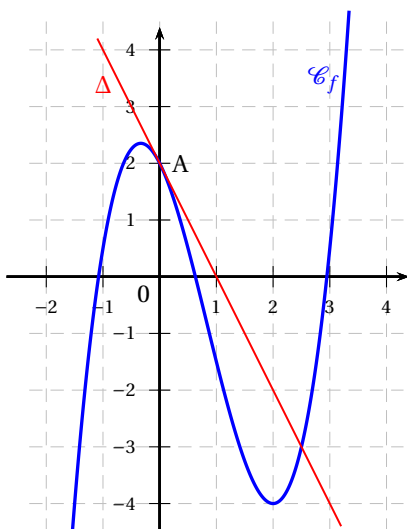
- 5,5 3,7 11 6

2. Dans une station de ski, on a constaté que la probabilité qu'il neige un jour donné est 0,6. La station de ski est ouverte 100 jours par an. La probabilité qu'il neige au maximum 60 jours par an, arrondie à 10^{-4} , est :

- 0,5433 0,0812 0,5379 0,4621

ANNEXE B₂ (à compléter, numéroté et à rendre avec la copie)

3.



\mathcal{C}_f est la courbe représentative d'une fonction f .
 Δ est la tangente à \mathcal{C}_f au point au point $A(0; 2)$

- $f'(0) = 2$ $f(2) = 0$ $f'(0) = -2$ $f(0) = -2$.

4. Soit f la fonction définie sur $]2; +\infty[$ par $f(x) = \frac{3x-5}{x-2}$. Une primitive F de f sur $]2; +\infty[$ est :

$F(x) = \frac{-1}{(x-2)^2}$

$F(x) = \ln(x-2) + \frac{3}{2}x^2 - 5x$

$F(x) = \ln(x-2) + 3x - 5$

une autre solution.