

◌ Sciences et Technologies de l'Agronomie ◌
 et du Vivant
Métropole, Antilles–Guyane, La Réunion juin 2011

A. P. M. E. P.

Exercice 1

4 points

Pour chacune des quatre propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier vos réponses.

Une réponse exacte non justifiée ne rapporte pas de point.

1. On donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire X :

x_i	-6	-4	-1	2	5	12
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$

Proposition 1 : $E(X) = 0$

2. A et B sont deux évènements tels que : $p(A) = 0,7$ $p(B) = 0,4$ $p(A \cap B) = 0,2$.

Proposition 2 : Les évènements A et B sont indépendants

Proposition 3 : $p(A \cup B) = 0,9$.

Proposition 4 : $p(A \cap \bar{B}) = 0,5$.

Exercice 2

12 points

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]1; +\infty[$ par

$$f(x) = \ln(x-1) - \frac{1}{x-1}.$$

On désigne par \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Déterminer la limite de f quand x tend vers 1. Interpréter graphiquement cette limite.
2. Déterminer la limite de f quand x tend vers $+\infty$.
3.
 - a. Démontrer que $f'(x) = \frac{x}{(x-1)^2}$ pour tout x de l'intervalle $]1; +\infty[$.
 - b. En déduire le signe de $f'(x)$ sur $]1; +\infty[$.
 - c. Dresser le tableau de variations de f .
4. Déterminer une équation de la tangente T au point d'abscisse 2.
 - a. Compléter le tableau de valeurs donné en **annexe A (à rendre avec la copie)**.
Les résultats seront arrondis à 10^{-1} près.
 - b. Construire la tangente T et la courbe \mathcal{C}_f , dans un repère orthonormal. On prendra pour unité graphique 2 cm sur chacun des axes.
5. On considère la fonction F définie sur l'intervalle $]1; +\infty[$ par :

$$F(x) = (x-2)\ln(x-1) - x.$$

- a. Démontrer que F est une primitive de f sur l'intervalle $]1; +\infty[$.
- b. Calculer la valeur exacte de $f(3)$, puis démontrer que pour tout x de l'intervalle $[3; 5]$, on a $f(x) \geq 0$.

- c. Calculer la valeur exacte de $\int_3^5 f(x) dx$. Interpréter graphiquement ce résultat.

Exercice 3**4 points**

Un internaute a installé sur son ordinateur un nouveau logiciel qui permet de filtrer les messages sur sa messagerie électronique. Des tests sur l'efficacité de ce logiciel ont conduit aux résultats suivants :

- 70 % des messages reçus sont indésirables ;
- 95 % des messages indésirables sont éliminés ;
- 2 % des messages non indésirables sont éliminés.

L'internaute reçoit un message.

On note :

I : l'évènement « le message est indésirable ».

E : l'évènement « le message est éliminé ».

Les probabilités seront arrondies à 10^{-3} près si nécessaire.

1. Donner $p(I)$ et $p_1(E)$.
2. Dessiner un arbre de probabilités correspondant à la situation.
3. Calculer les probabilités des évènements suivants :
 - a. « Le message est indésirable et éliminé ».
 - b. « Le message est éliminé ».
4. Le message est éliminé. Quelle est la probabilité qu'il soit indésirable ?

ANNEXE A (à compléter et à rendre avec la copie)**Exercice 2 :**

x	1,2	1,5	2	3	4	5	6
$f(x)$							