# Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant
# Nouvelle–Calédonie novembre 2009

**Exercice 1** **4 points**

La probabilité qu'un tireur à l'arc atteigne sa cible est égale à $\frac{3}{4}$.
Le tireur effectue 12 lancers successifs et indépendants.
X est la variable aléatoire égale au nombre de fois o˘ le tireur atteint sa cible.

Compléter le QCM donné en annexe A.
Pour chaque question, une seule réponse est exacte.
Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte enlève 0,5 point. L'absence de réponse n'enlève et n'ajoute pas de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à cette partie sera zéro.

**Exercice 2** **5 points**

Dans une kermesse, un jeu est organisé. Le joueur réalise un tirage en deux étapes.

**1re étape :**

Le joueur tire au hasard un billet dans un sac. Dans ce sac, on a placé 4 billets indiscernables au toucher :
3 billets sont marqués « $U_1$ » et 1 billet est marqué « $U_2$ ».

**2e étape :**

- Si le joueur a obtenu un billet marqué « $U_1$ », il tire alors un jeton dans une urne $U_1$. Dans cette urne sont placés 10 jetons : 8 jetons sont marqués « perdant » et 2 jetons sont marqués « gagnant ».
- Si le joueur a obtenu le billet marqué « $U_2$ », il tire alors un jeton dans une urne $U_2$.

Dans cette urne sont placés 10 jetons :
5 jetons sont marqués « perdant » et 5 jetons sont marqués « gagnant ».
On note $U_1$ l'évènement « le joueur a tiré un billet $U_1$ ».
On note $U_2$ l'évènement « le joueur a tiré un billet $U_2$ ».
On note G l'évènement « le joueur a tiré un jeton marqué gagnant ».
Les résultats seront arrondis à $10^{-3}$ près si nécessaire.

1. Décrire cette situation à l'aide d'un arbre de probabilités en précisant les probabilités sur chaque branche.
2. Calculer la probabilité de l'évènement $U_1 \cap G$ puis celle de l'évènement $U_2 \cap G$.
3. En déduire la probabilité de l'évènement G.
4. Sachant que le joueur a gagné, quelle est la probabilité que son billet gagnant soit tiré de l'urne $U_1$ ?

**Exercice 3** **11 points**

**Partie A**

La courbe $\mathscr{C}_f$ donnée en annexe B est la représentation graphique de la fonction $f$ définie sur $I = ]2\,;\,10]$ par

$$f(x) = a\ln(x-2) - x + b \quad \text{o˘ } a \text{ et } b \text{ sont deux réels.}$$

La droite (T), tangente à la courbe au point A d'abscisse 8, est parallèle à l'axe des abscisses.

1. Déterminer graphiquement $f(3)$ et $f'(8)$ en expliquant votre démarche.
2. Calculer $f'(x)$ pour tout $x$ de $]2\,;\,10]$.
3. En utilisant les questions précédentes, déterminer les réels $a$ et $b$. En déduire l'expression de $f(x)$.

**Partie B**

On admet que $f$ est la fonction définie sur $\text{I} = ]2\,;\,10]$ par

$$f(x) = 6\ln(x-2) - x + 2.$$

1. **a.** Déterminer la limite de $f$ en 2.

   **b.** Interpréter graphiquement cette limite.
2. **a.** Montrer que $f'(x) = \dfrac{8-x}{x-2}$ pour tout $x$ de I.

   **b.** Montrer que $f'(x)$ est du signe $(8-x)$ sur I.

   **c.** Dresser le tableau de variations de $f$ sur I. Calculer les valeurs exactes de $f(8)$ et de $f(10)$.
3. Déterminer par le calcul une équation de la tangente $(\text{T}_1)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 3.
4. Tracer $(\text{T}_1)$ et l'asymptote éventuelle dans le même repère que la courbe $\mathscr{C}_f$ donnée en annexe B.
5. **a.** Soit $F$ la fonction définie sur I par :

   $$F(x) = 6(x-2)\ln(x-2) - \frac{1}{2}x^2 - 4x$$

   Vérifier que $F$ est une primitive de $f$ sur I.

   **b.** Calculer la valeur exacte, puis une valeur arrondie à $10^{-2}$ près de $\displaystyle\int_4^8 f(x)\,\text{d}x$.

   En donner une interprétation graphique.

**ANNEXE A (à compléter et à rendre avec la copie)**

**Exercice 1 : QCM**

Cocher pour chaque question posée, la réponse qui convient. Aucune justification n'est demandée.

**1.** La loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres $n$ et $p$ avec :

☐ $n = 12$ et $p = \dfrac{3}{4}$ ☐ $n = \dfrac{1}{4}$ et $p = 12$

**2.** La probabilité que le tireur atteigne 9 fois la cible, arrondie à $10^{-4}$ près, est :

☐ 0,031 7 ☐ 0,000 4
☐ 0,258 1 ☐ 0,075 1

**3.** La probabilité que le tireur atteigne au moins 10 fois la cible est :

☐ $P(\text{X} = 11) + P(\text{X} = 12)$ ☐ $1 - [P(\text{X} = 10) + P(\text{X} = 11) + P(\text{X} = 12)]$
☐ $1 - [P(\text{X} = 11) + P(\text{X} = 12)]$ ☐ $P(\text{X} = 10) + P(\text{X} = 11) + P(\text{X} = 12)$

**4.** L'espérance de la variable aléatoire X est égale à :

☐ 3 ☐ 9
☐ 1 ☐ 4

**ANNEXE B (à compléter et à rendre avec la copie)**

**Représentation graphique de $f$**