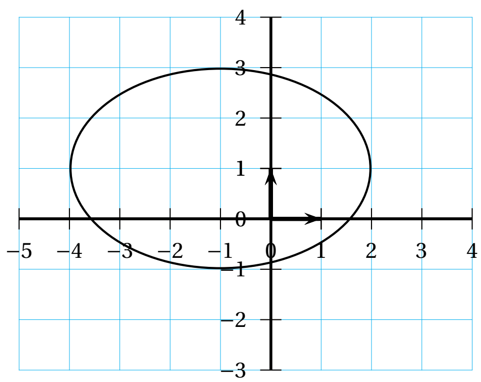
Baccalauréat Antilles-Guyane 16 juin 2017
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1 **5 points**

Pour chaque question, une seule des propositions est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse n'ajoutent ni ne retirent aucun point.
Inscrire sur la copie la référence de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. On a représenté une ellipse dans un repère orthonormal :

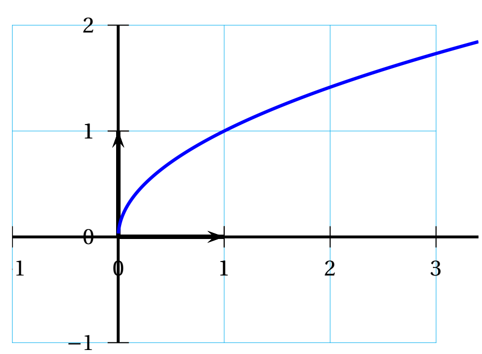


L'ellipse a pour équation réduite :

a. $\dfrac{(x-1)^2}{9}+\dfrac{(y+1)^2}{4}=1$	**b.** $\dfrac{(x+1)^2}{9}+\dfrac{(y-1)^2}{4}=1$
c. $\dfrac{(x+1)^2}{3}+\dfrac{(y-1)^2}{2}=1$	**d.** $\dfrac{(x-1)^2}{3}+\dfrac{(y+1)^2}{2}=1$

2.

On considère la fonction *puissance*, qui à tout nombre strictement positif x associe x^a , où a est un nombre strictement positif fixé.
On a représenté ci-contre la courbe représentative de cette fonction.



On peut déduire de l'allure de la courbe que :

a. $0 < a < 1$	**b.** $a > 1$	**c.** $a = 1$

3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + 7x - 1.$$

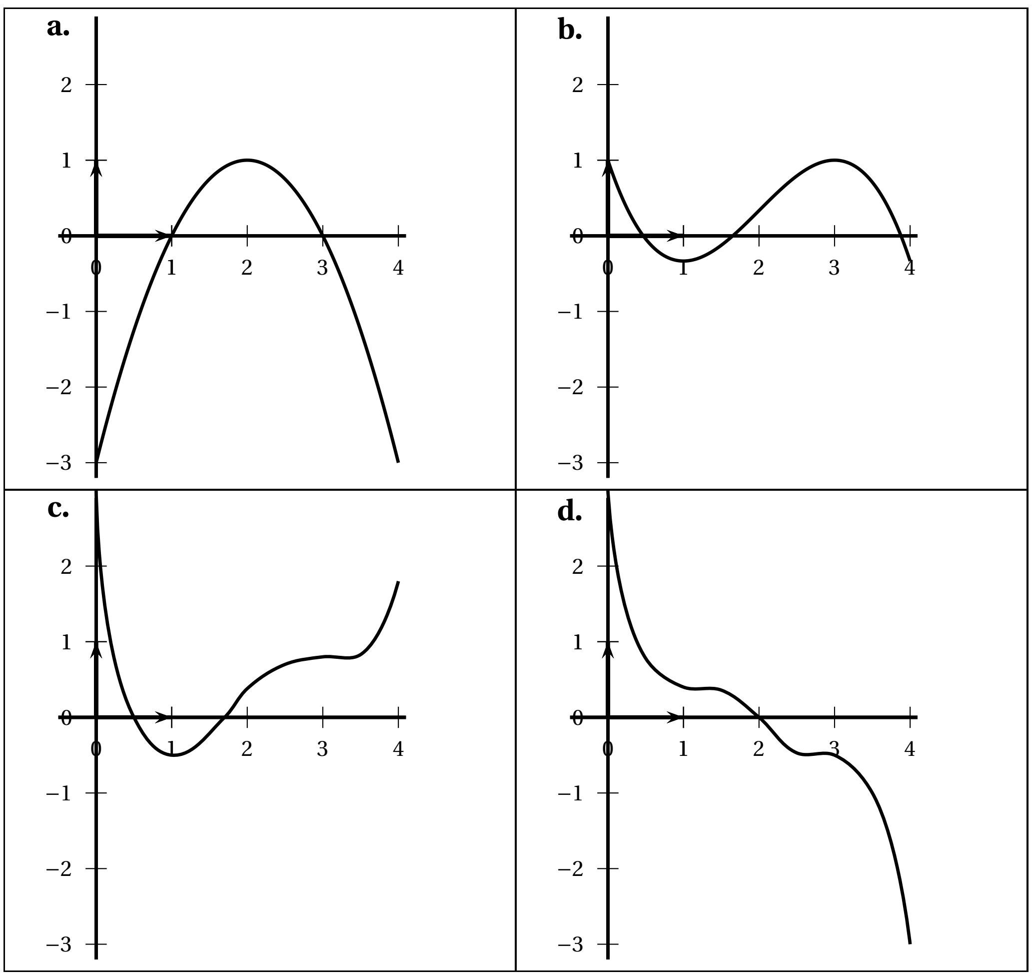
Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 1 est égal à :

a. 2,5	**b.** $-2,5$	**c.** -1	**d.** $0,5$

4. Voici le tableau de signes de la fonction dérivée f' d'une fonction f, définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;4]$:

x	0		1		3		4
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Retrouver la courbe représentative de la fonction f.



5. Soit $x > 0$, alors $\log\left(x^2 + x\right)$ est égal à

a. $\log\left(x^2\right) + \log(x)$	**b.** $\log\left(x^2\right) \times \log(x)$
c. $\log(x) + \log(x+1)$	**d.** $\log(x) \times \log(x+1)$

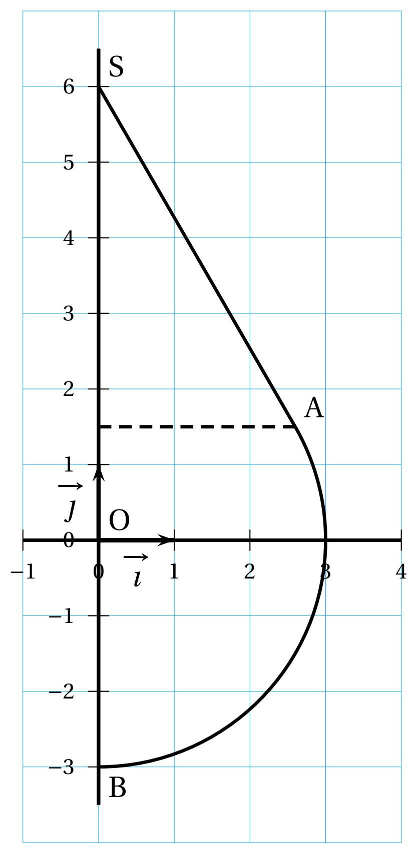
EXERCICE 2 **8 points**

On s'intéresse dans cet exercice à la conception de ce minuteur formé d'un cône et d'une sphère tronquée. Le rayon de la sphère est de 3 cm et la hauteur totale du minuteur est 9 cm.

Ce minuteur est un solide de révolution, construit par rotation autour d'un axe vertical d'un arc de cercle et d'un segment.

Partie A

Sur le graphique ci-contre, on a représenté le profil du minuteur dans un repère orthonormé $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\right)$.



Un arc de cercle de centre O et de rayon 3 joint les points A et B. Un segment joint les points A et S. Les points B et S ont pour coordonnées B$(0\ ;\ -3)$ et S$(0\,;\,6)$. Le point I est le milieu du segment [OS]. H est le pied de la hauteur issue de A dans le triangle OAS.
On a un raccord « lisse » entre la partie sphérique et la partie conique. La droite (AS) est donc tangente à l'arc de cercle au point A.
Dans cette partie, on cherche à déterminer les coordonnées exactes du point de raccord A. Pour des raisons d'ergonomie, on souhaite aussi que l'angle au sommet du cône n'excède pas 65°.

1. Justifier que le triangle OAS est rectangle en A.
2. En déduire que A appartient au cercle de centre I et de rayon 3.
3. Prouver que le triangle OAI est équilatéral.
4. L'angle au sommet du cône est-il bien inférieur à 65° ?

5. Montrer que le point A a pour coordonnées $A\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\ ;\ \dfrac{3}{2}\right)$.

Partie B

Le concepteur souhaite que la masse du minuteur soit inférieure à 300 *grammes.*

1. Le volume d'un cône est égal au tiers du produit de sa hauteur par l'aire de sa base.

a. Déduire de la question précédente la hauteur du cône et le rayon de sa base.

b. En déduire que son volume vaut $V_c = \dfrac{81\pi}{8}\text{cm}^3$.

c. Déterminer la masse de la partie conique du minuteur, réalisée en plastique, sachant que la masse volumique du plastique est de 900 kg/m^3 (arrondir le résultat au gramme près).

2.

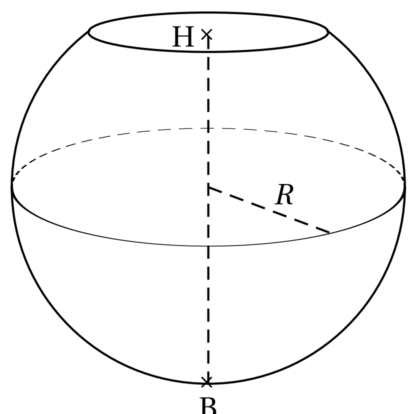
Le volume d'une sphère tronquée est donné par

$$V = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h)$$

où R désigne le rayon de la sphère tronquée, et h sa hauteur (sur la figure ci-contre, h =HB).

a. Déduire de la question A. 5 la valeur de h.

b. En déduire que le volume de la sphère tronquée vaut $V_s = \dfrac{243\pi}{8}$ cm^3.



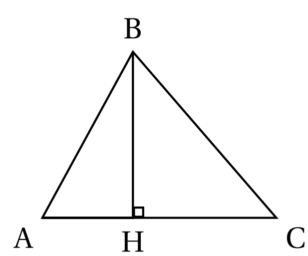
c. Cette partie du minuteur comporte une cavité de 30 cm^3. Déterminer la masse de cette partie, réalisée en aluminium, sachant que la masse volumique de l'aluminium est de 2 700 kg/m^3 (arrondir le résultat au gramme près).

d. Dans la cavité, on loge un mécanisme de 100 grammes. La masse totale du minuteur est-elle bien inférieure à 300 grammes ?

EXERCICE 3 **7 points**

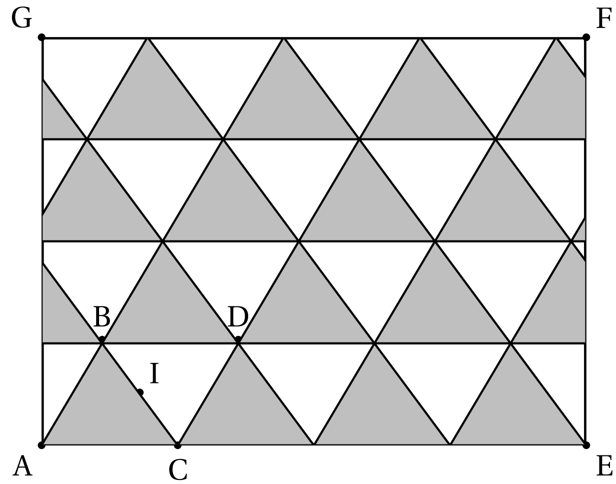
Partie A : Étude d'un pavage

Soit ABC un triangle tel que AB = 4 et AC = 5. La mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ vaut 60° et H est le pied de la hauteur issue de B.



1. Calculer la valeur exacte de BC.

2. On a pavé le rectangle AEFG ci-dessous.



a. Soit I le milieu de [BC] et D le symétrique de A par rapport à I.
Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? Justifier la réponse.

b. Le pavage a été obtenu à partir du motif ABC.
Donner les transformations qui ont été nécessaires pour paver le plan.

Partie B : Représentation en perspective centrale

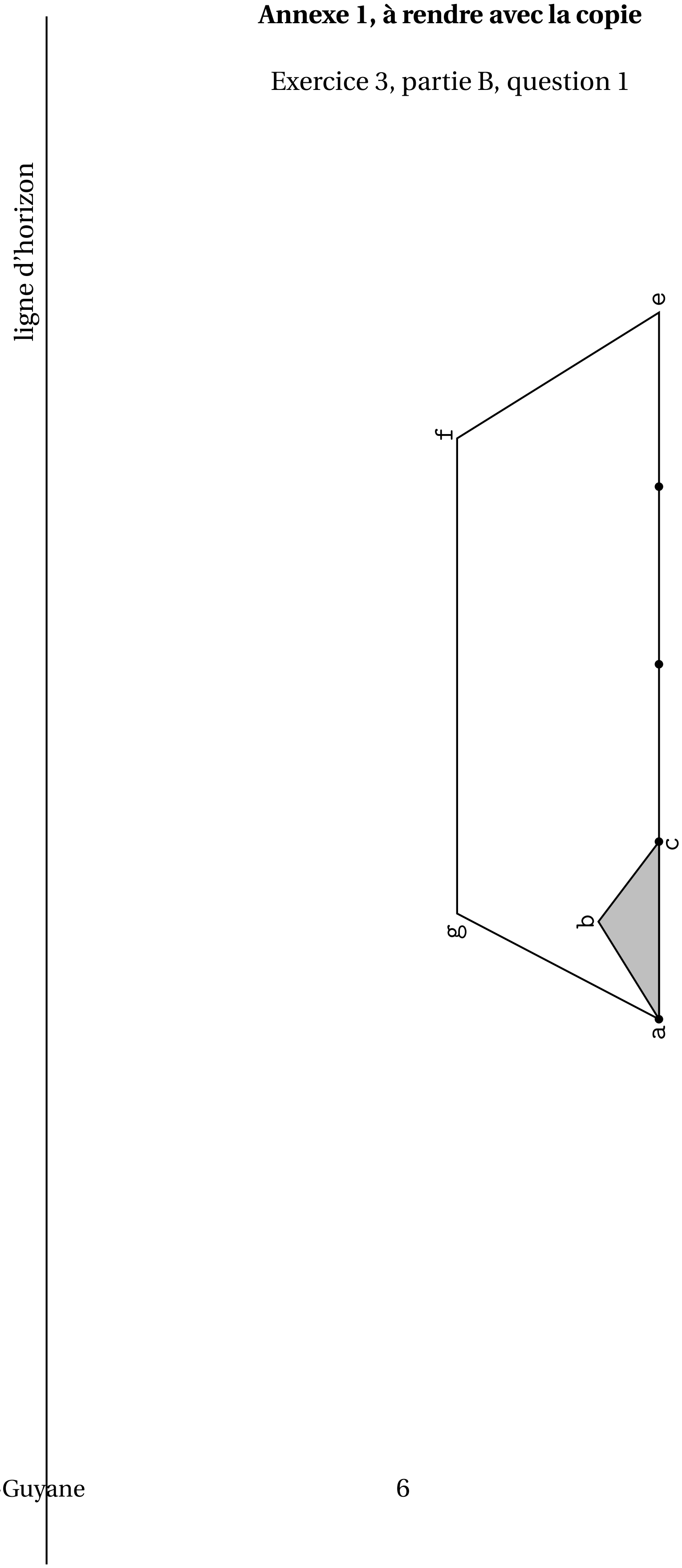
L'objectif de cette partie est de représenter en perspective centrale le pavage du rectangle AEFG. Les points nommés en majuscules dans la figure précédente seront nommés par la même lettre en minuscule dans la perspective centrale.

Sur les annexes 1 et 2 (**annexes à rendre avec la copie**), la ligne d'horizon a été tracée ainsi que le rectangle `aefg`, la droite (`ae`) est parallèle à la ligne d'horizon.

1. Sur l'annexe 1, déterminer et construire le point de fuite `p`, puis placer `h` en justifiant la construction.
2. Dans toute la suite de l'exercice, on travaille sur l'annexe 2.
   a. Soit `n` le point d'intersection de (`ab`) et de la ligne d'horizon.
   Justifier que `d` appartient à (`cn`).
   b. Justifier que `d` appartient à la parallèle à (`ac`) passant par `b`.
   Construire alors `d`.
3. Compléter la perspective centrale de tout le pavage du rectangle AEFG. Griser les triangles gris du pavage et laisser apparents les traits de construction.

Annexe 1, à rendre avec la copie

Exercice 3, partie B, question 1



Annexe 2, à rendre avec la copie

Exercice 3, partie B, question 2 et 3