

Baccalauréat Antilles-Guyane 18 juin 2015

Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1

6 points

Un designer de l'entreprise « Duo » lance un projet de fauteuil double (figure 1). Le profil du dossier de ce fauteuil est modélisé mathématiquement. On se propose, au cours des deux parties du problème, d'en effectuer le tracé en annexe 1.

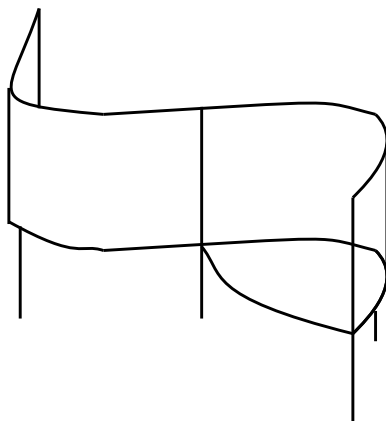


Figure 1

Partie A : Étude de la fonction associée à un premier dossier

Le profil de l'un des deux dossiers de ce fauteuil peut être modélisé par un arc de parabole noté P_f dont l'équation est de la forme $y = -x^2 + 6x - 8$.

On considère la fonction f définie sur $[2 ; 4]$ par :

$$f(x) = -x^2 + 6x - 8.$$

1. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[2 ; 4]$. Justifier.
2. Recopier et compléter, à l'aide de la calculatrice, le tableau de valeurs de la fonction f ci-dessous (on laissera les valeurs exactes).

x	2	2,25	2,5	2,75	3	3,25	3,5	3,75	4
$f(x)$									

3. Tracer, sur l'annexe 1, l'arc de parabole P_f représentatif de la fonction f sur l'intervalle $[2 ; 4]$.
4.
 - a. Justifier que $f'(2)$, nombre dérivé de la fonction f en 2, est égal à 2.
Interpréter graphiquement ce résultat.
 - b. Tracer, sur l'annexe 1, la tangente (T) à P_f au point A d'abscisse 2.

Partie B : Détermination de la fonction associée au second dossier

Le profil du second dossier du fauteuil est un arc de parabole noté P_g représentant la fonction g définie sur $[2 ; 4]$ par :

$$g(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{où } a, b \text{ et } c \text{ sont des nombres réels.}$$

1. **a.** Cet arc de parabole P_g passe par l'origine du repère $O(0; 0)$ et se raccorde à l'arc P_f au point A de coordonnées $(2; 0)$.
En déduire les valeurs de $g(0)$ et de $g(2)$.
- b.** On veut que les deux arcs de parabole admettent une tangente commune au point d'abscisse 2.
À l'aide de la question 4. a. de la partie A, préciser la valeur du nombre dérivé $g'(2)$.
2. En exploitant les résultats des deux questions précédentes 1. a. et 1. b., établir que $c = 0$, puis que a et b sont solutions du système :

$$\begin{cases} 4a + 2b = 0 \\ 4a + b = 2 \end{cases}$$

Résoudre le système et en déduire l'expression de la fonction g .

3. On admet que l'arc de parabole P_g est symétrique de l'arc P_f par rapport au point A. Tracer P_g , sur l'annexe 1.

EXERCICE 2

6 points

Un infographiste doit retoucher la photo d'une route plane et rectiligne traversant un désert américain jusqu'à l'horizon. Il veut y insérer deux panneaux publicitaires rectangulaires identiques, posés sur des pieds, de telle sorte que l'écartement entre les panneaux soit égal au double de la largeur de chaque panneau, et que la hauteur de chaque panneau soit égale au double de la hauteur de chaque pied.

On a ainsi, sur la figure 2 ci-dessous, son projet représenté en perspective parallèle :

$$AB = BC = CD = DE \quad \text{et} \quad IF = 2AF.$$

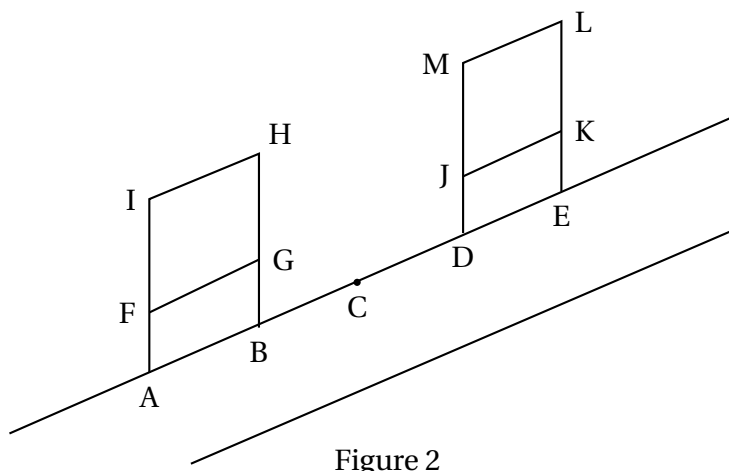


Figure 2

1. L'annexe 2 représente la photo retouchée par le graphiste, qui est une situation de perspective centrale.
Sur cette annexe :
 - a.** Placer le point c , image du point C, et justifier sa construction.
 - b.** Justifier la construction du point i , image du point 1.
 - c.** Terminer avec précision la construction sur l'annexe 2. Laisser les traits de construction apparents et repasser en traits forts les contours des panneaux et des pieds.

2. Le graphiste décide finalement de travailler sur une autre prise de vue représentée en annexe 3, mais la présence d'une source lumineuse ponctuelle le contraint à intégrer les ombres des panneaux et des pieds sur la photo.

Sur l'annexe 3, le point s représente la source lumineuse, le segment $[sv]$ est vertical et v est un point du sol.

- Construire l'ombre du segment $[ai]$, et justifier cette construction.
- Terminer la construction des ombres des pieds et des panneaux, en laissant les traits de construction apparents.

EXERCICE 3

8 points

Un parquet est composé de pièces de bois de forme identique (figure 3), appelées dans la suite « élément de base T ».

Le recouvrement du sol par ce parquet est une situation de pavage du plan.

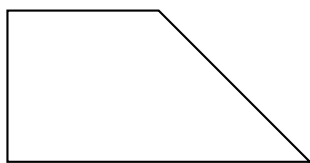


Figure 3 - élément de base T

Dans un repère orthonormé du plan $(O; I; J)$ la pièce de bois est représentée par le trapèze rectangle $OABJ$ (figure 4). Les points A et B ont pour coordonnées : $A(2; 0)$ et $B(1; 1)$.

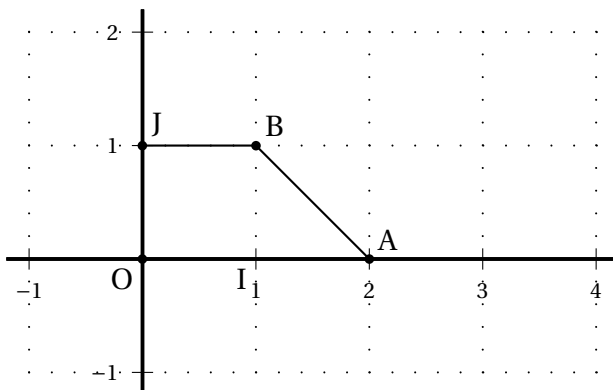


Figure 4

- On utilise différentes transformations du plan pour réaliser le pavage. On effectuera tous les tracés demandés sur l'annexe 4.
 - Construire le symétrique de $OABJ$ par rapport à l'axe (OA) en nommant respectivement C et D les symétriques de B et J .
 - Construire le symétrique du polygone $ABJDC$ par rapport au point A .
 - Construire l'image, par la rotation de centre A et d'angle 90° dans le sens antihoraire, des deux polygones obtenus précédemment.

Quelle est l'image du segment $[AB]$ par cette rotation ? Justifier la réponse.

L'ensemble constitue alors un motif M constitué de quatre pentagones.

- d.** Déterminer deux translations qui, appliquées successivement, permettent de paver le plan à partir du motif M : tracer sur l'annexe 4 un représentant des vecteurs de chacune de ces translations.

Paver ainsi la zone rectangulaire délimitée par les pointillés en annexe 4.

- 2.** Dans l'élément de base T , on souhaite teinter le triangle ABJ en noir et le triangle OAJ en blanc, pour faire en sorte que le pavage ne soit pas uni.

- a.** Sur l'annexe 4, griser les parties du parquet teintées en noir.

- b.** On s'intéresse au triangle ABJ :

Calculer le produit scalaire $\vec{IA} \cdot \vec{JB}$.

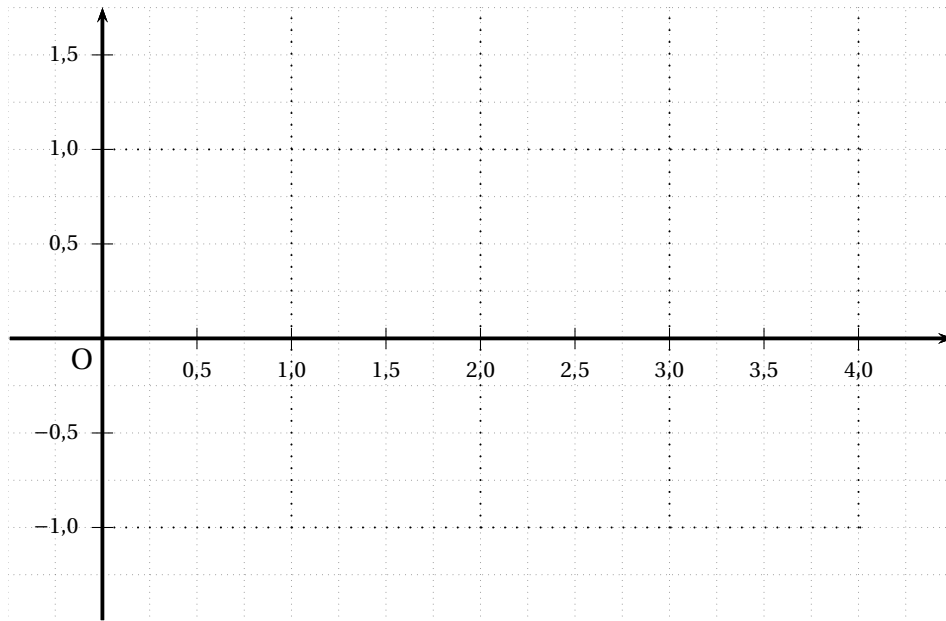
En déduire une valeur arrondie, au dixième de degré près, de l'angle \widehat{AIB} .

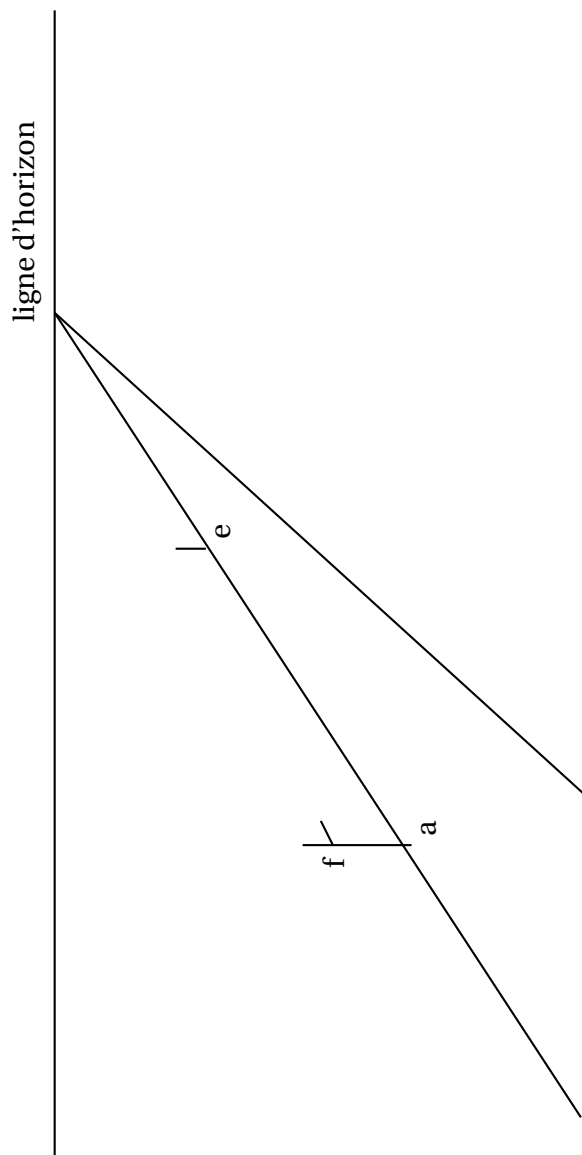
- c.** Quelle proportion relative de noir et de blanc faut-il prévoir pour teinter le pavage ?

- 3.** Un autre motif de parquet est représenté en annexe 5.

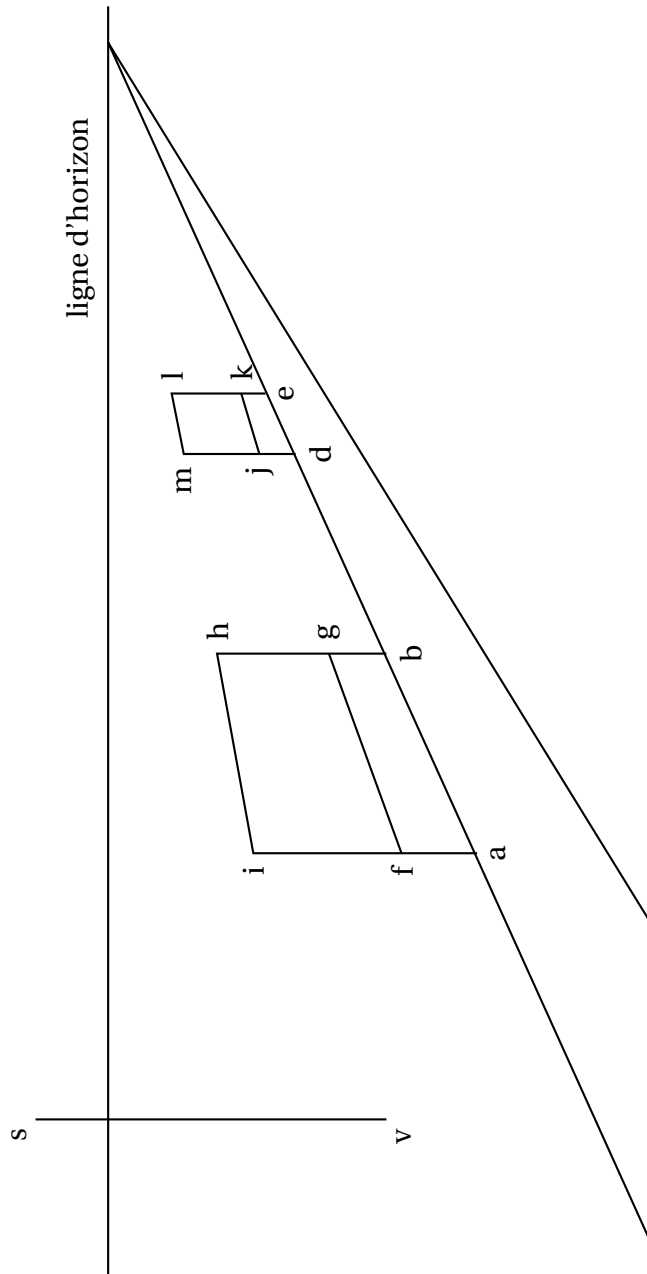
Comment colorier l'élément de base T pour obtenir, par le même procédé de construction du motif M , le pavage fourni en annexe 5 ?

ANNEXE 1 - exercice 1
(à rendre avec la copie)



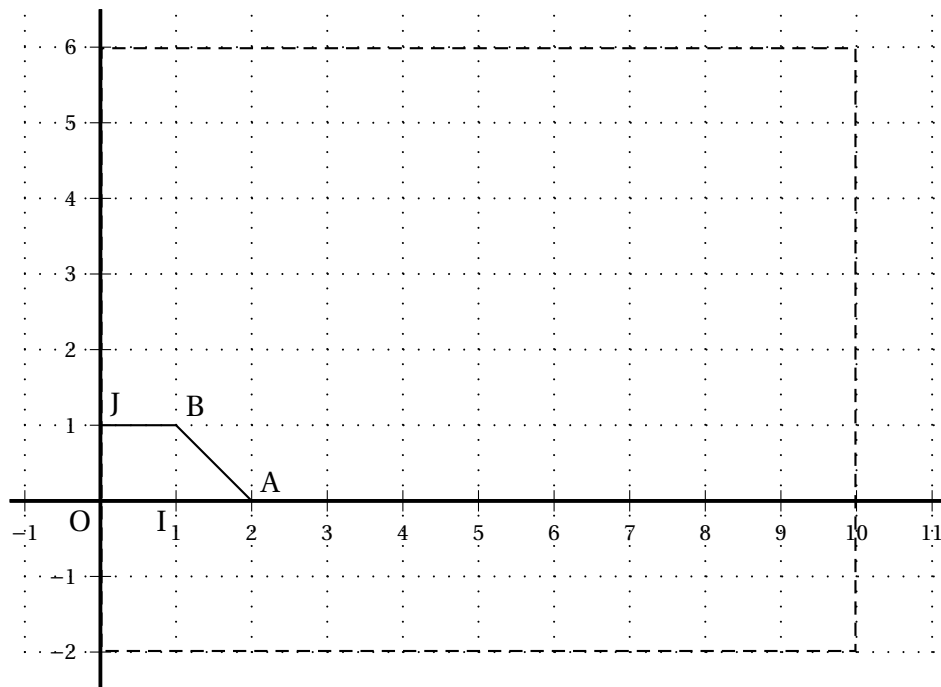
ANNEXE 2 - exercice 2**(à rendre avec la copie)**

ANNEXE 3 - exercice 2
(à rendre avec la copie)



ANNEXE 4 - exercice 3

(à rendre avec la copie)



ANNEXE 5 - exercice 3

