

Durée : 4 heures

∞ **Baccalauréat STD 2A** ∞
Antilles-Guyane 12 septembre 2013

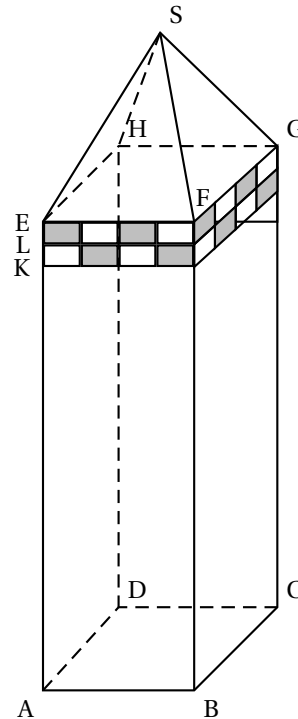
EXERCICE 1

5 points

Le dessin ci-contre représente en perspective parallèle le clocher d'une abbaye constitué d'un pavé droit surmonté d'une pyramide à base carrée.

Il est décoré d'une frise en forme de quadrillage régulier.

Les faces ABCD et EFGH sont horizontales et la face ABFE est située dans le plan frontal.



Un dessin est donné en annexe (page 6). Il est à compléter au fur et à mesure de la résolution de l'exercice et à rendre avec la copie. Les candidats sont invités à laisser apparents les traits de construction.

Le but de cet exercice est de représenter en perspective centrale l'assemblage décrit ci-dessus. Les images des points A, B, C, ... sont notées a, b, c, \dots sur le dessin en perspective centrale.

La droite (Δ) est la ligne d'horizon.

1. Expliquer pourquoi les droites (fg) et (bc) se coupent sur la ligne d'horizon et justifier que leur point d'intersection est le point de fuite principal.
2. Sur le document annexe, placer le point de fuite principal w et compléter la représentation du parallélépipède rectangle ABCDEFGH.
3. La hauteur de la pyramide SEFGH a une longueur égale au tiers de la longueur AE. Dessiner cette pyramide dans la représentation en perspective centrale sur le document annexe.
4. Le haut du clocher est décoré d'une frise en damier. Représenter cette frise sur le document annexe.

EXERCICE 2

7 points

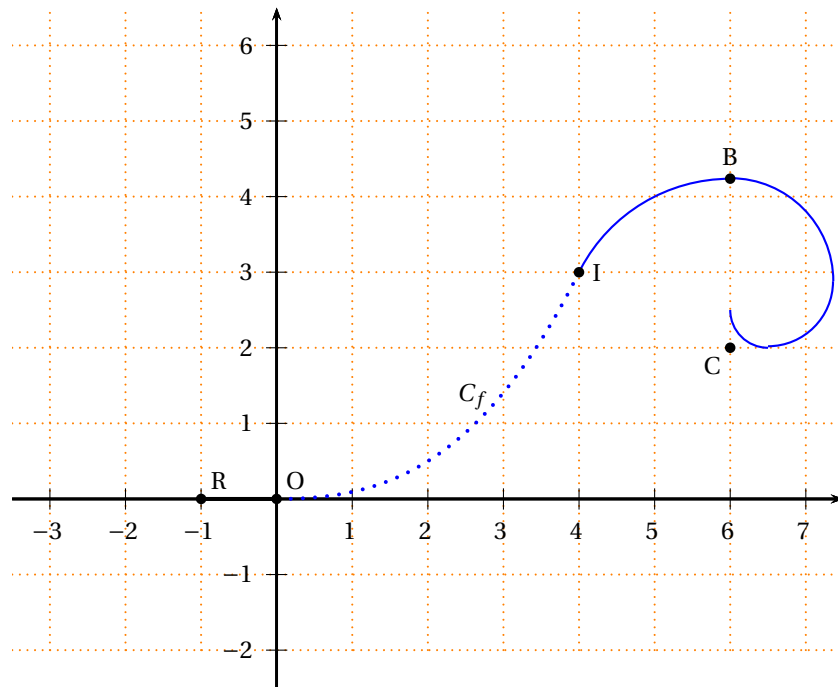
Une **volute** est un motif d'ornementation, constitué par un enroulement en forme de spirale et utilisé notamment dans les chapiteaux de colonnes ioniques.

Le but de cet exercice est de déterminer une fonction f dont la courbe \mathcal{C}_f restreinte à l'intervalle $[0; 4]$ permet de raccorder le segment $[RO]$ à une spirale au point I en respectant les trois contraintes suivantes :

- La fonction f est une fonction polynôme de degré 3
- Au point O , les tangentes à la courbe C_f et au segment $[RO]$ sont communes.
- Au point I , les tangentes à la courbe C_f et à la spirale sont communes.

Sur la figure ci-dessous, le repère est orthonormé. Les points R , O , I et C ont pour coordonnées :

$$R(-1; 0), \quad O(0; 0), \quad I(4; 3) \quad \text{et} \quad C(6; 2).$$



1. Expliquer pourquoi $f(0) = 0$ et $f'(0) = 0$.
2. Soit (T) la tangente en I à l'arc de cercle BI de centre C . Soit le point A de coordonnées $A(5; 5)$.
 - a. Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{IA} et \vec{IC} . Calculer $\vec{IA} \cdot \vec{IC}$ et en déduire que la droite (IA) et la tangente (T) sont confondues.
 - b. Quel est le coefficient directeur de (T) ?
 - c. En déduire que $f(4) = 3$ et $f'(4) = 2$.
3. La fonction f cherchée est une fonction polynôme de degré 3, et s'écrit

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad \text{où } a, b, c \text{ et } d \text{ sont des nombres réels.}$$

- a. Déterminer l'expression de $f'(x)$.
- b. En utilisant la question 1, montrer que $c = d = 0$.
- c. On admet que f est définie par

$$f(x) = \frac{1}{32}x^3 + \frac{1}{16}x^2.$$

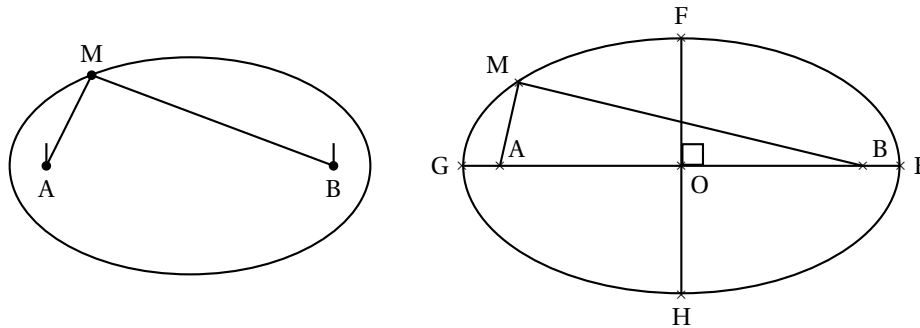
Vérifier les quatre conditions de raccordement : $f(0) = 0$, $f'(0) = 0$,
 $f(4) = 3$, $f'(4) = 2$.

4. Montrer que $f'(x) = \frac{x(3x+4)}{32}$ et en déduire le tableau de variation de f sur $[0; 4]$.

EXERCICE 3**8 points**

Dans cet exercice, on s'intéresse à deux méthodes de construction d'une ellipse.

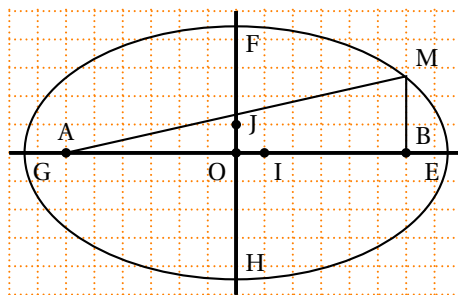
Les deux parties de cet exercice sont largement indépendantes.

Partie A : Construction d'une ellipse par la méthode du « jardinier ».

Pour tracer une ellipse, Paul plante deux piquets en A et B. Il fixe une extrémité d'une ficelle au piquet A et l'autre extrémité au piquet B. Il tend la ficelle avec un bâton, il déplace le bâton en maintenant la ficelle tendue et il contourne les deux piquets. Son bâton trace une ellipse sur le sol.

Paul a tracé une ellipse dont les axes mesurent respectivement 15 m et 9 m.

1.
 - a. Exprimer la longueur ℓ de la ficelle en utilisant les points M, A et B.
 - b. En considérant les cas où M est en G et en E, montrer que $GA = BE$ puis que $\ell = 15$ mètres.
2.
 - a. Exprimer ℓ lorsque M est en F. Déterminer la longueur FA.
 - b. Montrer que $OA = 6$ mètres.
 - c. Quel est l'écartement entre les deux piquets A et B?
3. L'ellipse est tracée dans un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$.



- a. Lire les coordonnées des points A, B, E et F.
- b. Déterminer une équation cartésienne de l'ellipse. Le point M (6; 2,7) appartient-il à l'ellipse?
- c. Justifier par le calcul.

Partie B : Construction de cette ellipse à partir d'un cercle.

Dans cette partie, on cherche à établir une autre méthode pour construire l'ellipse étudiée dans la partie A.

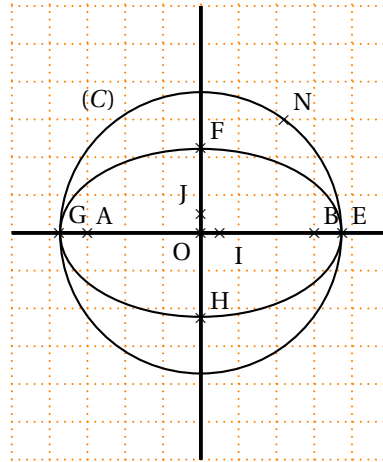
1. On considère le point $N(7,5 \cos(t) ; 7,5 \sin(t))$ où t est un nombre réel fixé.
Montrer que le point N appartient au cercle C de centre O et de rayon $7,5$.

2. On a placé un point N sur la figure ci-contre.

La perpendiculaire à (Ox) en N coupe l'axe des abscisses en K .

On considère le point P du segment $[NK]$ tel que $\vec{KP} = 0,6\vec{KN}$.

- Quelles sont, en fonction de t , les coordonnées du point K ? du vecteur \vec{KN} ?
- Montrer que les coordonnées du point P sont $(7,5 \cos(t) ; 4,5 \sin(t))$.
- En déduire, par le calcul, que le point P appartient à l'ellipse.



Document Annexe - À rendre avec la copie

Δ

