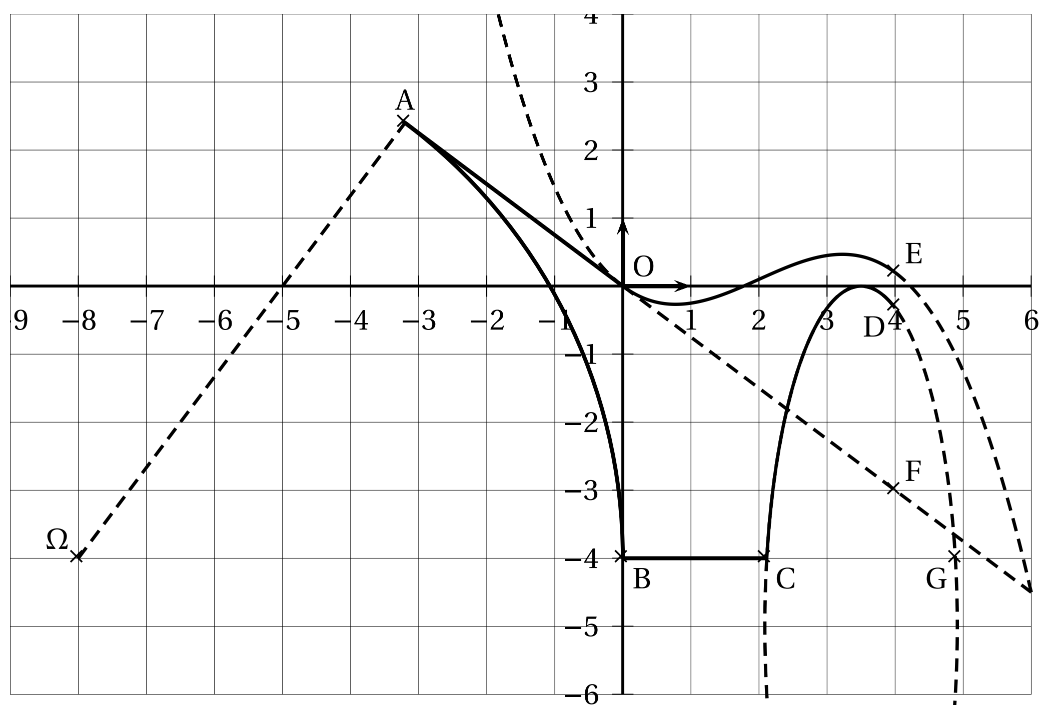
ൟ Baccalauréat STD2A Métropole–La Réunion ൟ
19 juin 2018

EXERCICE 1 **9 points**

Un bureau de design doit créer un arrosoir pour une célèbre enseigne. Le profil de l'arrosoir est composé de six éléments géométriques.
Le plan étant muni d'un repère orthonormal $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, les six éléments géométriques qui composent l'arrosoir sont représentés en gras dans la figure ci-dessous.



— L'ensemble constitué du segment [DA] et de l'arc de cercle de centre Ω. reliant les points A et B représente le bec verseur de l'arrosoir.

— La courbe reliant les points O et E représente le col de l'arrosoir.

— L'arc d'ellipse reliant les points C et D représente l'anse de l'arrosoir.

Dans cet exercice, on étudie le bec verseur, le col et l'anse de l'arrosoir.

Partie A : Étude du bec verseur

1. On note $\mathscr{C}$ le cercle de centre $\Omega(-8 ; -4)$ et passant par $B(0 ; -4)$.

a. Déterminer une équation cartésienne du cercle e.

b. Vérifier que le point $A(-3,2;2,4)$ appartient au cercle $\mathscr{C}$.

2. a. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{\Omega A}$.

b. Démontrer que les droites (OA) et (Ω A) sont perpendiculaires.

c. Que peut-on en déduire pour le cercle $\mathscr{C}$?

Partie B : Étude du col de l'arrosoir

La courbe qui représente le col de l'arrosoir est un arc de la courbe représentative d'une fonction polynôme f de degré 3 définie pour tout nombre réel x par :

$$f(x) = -0,1x^3 + 0,6x^2 + ax + b$$

où a et b sont des nombres réels à déterminer.
On appelle $\mathscr{F}$ la courbe représentative de la fonction f.
La conception du col de l'arrosoir est soumise aux deux contraintes :

- **Contrainte 1** : le point O appartient à la courbe $\mathscr{F}$.
- **Contrainte 2** : la droite (OA) est tangente à la courbe $\mathscr{F}$ au point O.

1. Montrer que $b = 0$.

2. Déterminer l'expression $f'(x)$ de la dérivée de f.

3. a. Démontrer que la droite (DA) a pour équation $y = -0,75x$.

b. En déduire la valeur de a.

4. On admet pour la suite de l'exercice que la fonction f est définie pour tout nombre réel x par :

$$f(x) = -0,1x^3 + 0,6x^2 - 0,75x.$$

et que l'arc de la courbe $\mathscr{F}$ qui représente le col de l'arrosoir correspond aux valeurs de x appartenant à l'intervalle $[0;4]$.

a. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0;\, 4]$ et en déduire le tableau de variations de f.

b. Compléter le tableau de valeurs de l'annexe 1 à rendre avec la copie. On arrondira les résultats au dixième.

c. Placer les points correspondants dans le repère de l'annexe 1 à rendre avec la copie puis tracer l'arc de la courbe $\mathscr{F}$ qui représente le col de l'arrosoir.

Partie C : Étude de l'anse

La courbe qui représente l'anse de l'arrosoir est un arc de l'ellipse $\mathscr{E}$ d'équation cartésienne :

$$\frac{(x-3,5)^2}{2} + \frac{(y+5)^2}{25} = 1.$$

1. Déterminer les coordonnées du centre H de l'ellipse $\mathcal{E}$ et la mesure de chacun de ses demi-axes.
2. La droite d'équation $y = -4$ coupe l'ellipse $\mathcal{E}$ aux points C et G. L'abscisse du point C est inférieure à celle du point G.
   Le segment [CG] est-il le petit axe de l'ellipse $\mathcal{E}$? Justifier.
3. Parmi les deux points d'abscisse 4 de l'ellipse $\mathcal{E}$, D est celui qui a la plus grande ordonnée.
   a. Montrer que l'ordonnée y_{D} du point D est solution de l'équation $(y+5)^2 = \dfrac{7}{8} \times 25.$
   b. Déterminer la valeur exacte de y_{D} puis son arrondi au dixième.

EXERCICE 2 — 5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

1. Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on donne les points A$(-2 ; 2)$, B$(2 ; 2)$ et C$(-2 ; 6)$.
   L'arc de cercle de centre A et reliant B à C dans le sens direct a pour représentation paramétrique :

- $\begin{cases} x(t) = 2+4\cos(t) \\ y(t) = 2+4\sin(t) \end{cases}$ avec $t \in \left[0 ; \frac{\pi}{2}\right]$
- $\begin{cases} x(t) = -2+4\cos(t) \\ y(t) = 2+4\sin(t) \end{cases}$ avec $t \in \left[0 ; \frac{\pi}{2}\right]$
- $\begin{cases} x(t) = 2+4\cos(t) \\ y(t) = 2+4\sin(t) \end{cases}$ avec $t \in \left[0 ; \frac{\pi}{3}\right]$
- $\begin{cases} x(t) = -2+4\cos(t) \\ y(t) = 2+4\sin(t) \end{cases}$ avec $t \in \left[0 ; \frac{\pi}{3}\right]$

2. Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on donne les points A$(-4 ; 2)$, B$(-6 ; 6)$ et C$(2 ; 4)$. Une mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{\text{CAB}}$ vaut :

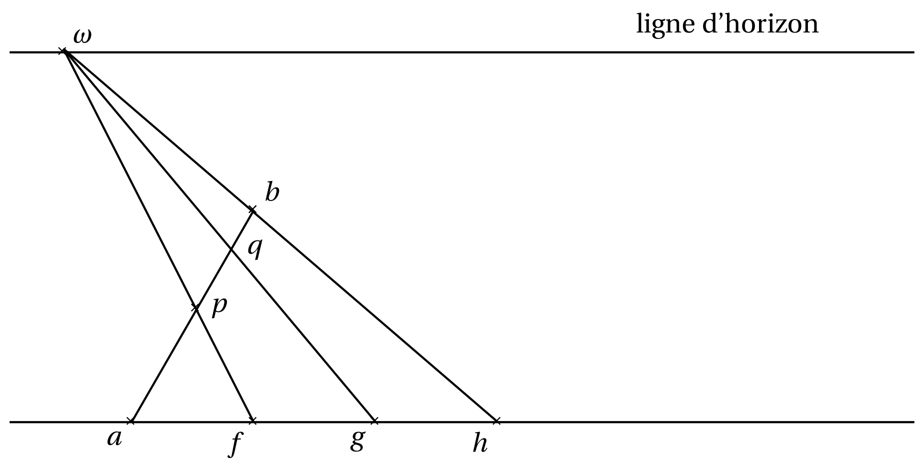
- $\dfrac{-4}{\sqrt{20}\times\sqrt{40}}$
- 101
- 98
- $\dfrac{-4}{\sqrt{12}\times\sqrt{40}}$

3. Sachant que $10\log\left(\dfrac{W}{10^{-12}}\right) = 120$, on a :

- $W = 24$
- $W = 1$
- $W = 10^{12}$
- $W = 10^{24}$

4. La figure ci-dessous est une représentation en perspective centrale d'une configuration géométrique. Les points A, B, F ... de cette configuration se situent dans un plan horizontal.

Ils sont représentés par les points a, b, f ... dans la figure en perspective centrale. La droite (ah) est parallèle à la ligne d'horizon. Les segments $[af]$, $[fg]$ et $[gh]$ ont la même longueur.



a. Les distances AF, FG et GH sont :

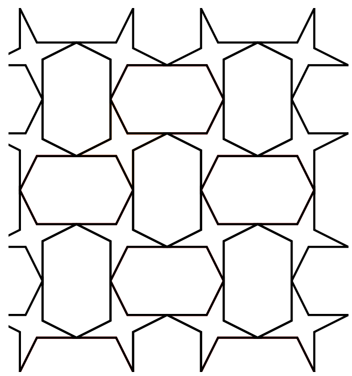
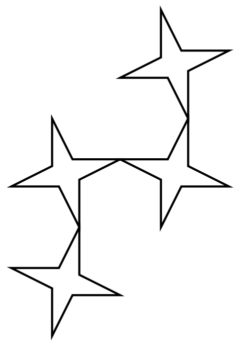
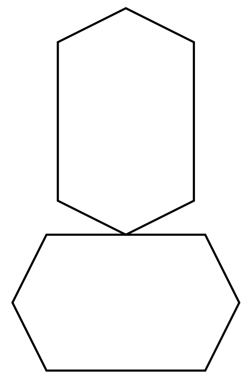
- égales car la perspective centrale ne modifie pas les longueurs.
- égales car la perspective centrale ne modifie pas les longueurs dans un plan frontal.
- égales car la droite (AH) est dans un plan frontal.
- différentes car la perspective centrale modifie toujours les longueurs.

b. On peut dire à propos de l'affirmation : « p est l'image du point P tel que $\overrightarrow{\text{AP}} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{\text{AB}}$ » :

- qu'elle est fausse car dans la représentation en perspective centrale p n'est pas au tiers de $[ab]$.
- qu'elle est vraie car les droites (fp) et (gq) sont parallèles à la droite (hb).
- qu'elle est vraie car les droites (FP) et (HB) sont parallèles et que $\overrightarrow{\text{AF}} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{\text{AH}}$.
- qu'on ne peut pas savoir si elle est vraie ou fausse car, en perspective centrale, les rapports de longueurs ne sont pas toujours conservés.

EXERCICE 3 **6 points**

Pour sa dernière création textile, un styliste s'inspire d'un pavage que l'on peut voir sur les murs du palais de l'Alhambra. Pour imprimer ce pavage sur un tissu, on utilise un tampon qu'une machine déplace en translations au-dessus du tissu et applique à un motif.
Deux impressions différentes sont réalisées, l'une avec un motif constitué de quatre étoiles *(motif A)* et l'autre avec un motif constitué de deux hexagones (motif B). Dans le *(motif A)*, les quatre étoiles sont superposables. Dans le *motif B*, les deux hexagones sont superposables.
Dans la figure ci-dessous, on a représenté une partie du pavage, le *(motif A)* et le *(motif B)*.

		
Partie du pavage	*(motif A)*	*motif B*

Dans la **partie A** de cet exercice, on étudie l'impression réalisée avec le *(motif A)*.
Dans la **partie B** de cet exercice, on étudie l'impression réalisée avec le *(motif B)*.

Partie A : Étude de l'impression réalisée avec le *(motif A)*

1. Le *motif A* représenté sur la figure 1 de l'**annexe 2 à rendre avec la copie** a été construit à partir de l'étoile numérotée 1.
   a. Donner une transformation qui permet d'obtenir l'étoile numérotée 2 à partir de l'étoile numérotée 1.
   On fera apparaître sur la figure 1 de l'annexe 2 à rendre avec la copie les éléments caractéristiques de cette transformation.
   b. Quelle transformation a permis d'obtenir le *motif A* à partir des étoiles numérotées 1 et 2 ?
   On fera apparaître sur la figure 1 de l'**annexe 2 à rendre avec la copie** les éléments caractéristiques de cette transformation.
2. Le motif A permet de paver le plan à l'aide des translations de vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ représentés par $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{EK}$ sur la figure 3 de l'**annexe 2 à rendre avec la copie**.
   a. Les points J, F et L sont les images respectives du point G par les translations de vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $2\vec{u} + \vec{v}$. Placer les points J, F et L sur la figure 3 de l'**annexe 2 à rendre avec la copie**.
   b. Donner deux nombres entiers a et b tels que l'image du point D par la translation de vecteur $a\vec{u} + b\vec{v}$ soit le point H. Représenter le vecteur $a\vec{u} + b\vec{v}$ sur la figure 3 de l'**annexe 2 à rendre avec la copie**.

Partie B : Étude de l'impression réalisée avec le *motif B*

Le *motif B* représenté sur la figure 2 de l'**annexe 2 à rendre avec la copie** a été construit à partir de l'hexagone numéroté 1.

1. Dans le *motif B*, par quelles transformations géométriques passe-t-on de l'hexagone numéroté 1 à l'hexagone numéroté 2 ?

Représenter les éléments caractéristiques de ces transformations sur la figure 2 de l'**annexe 2 à rendre avec la copie**.

2. Comment obtient-on le pavage à partir du *motif B*?

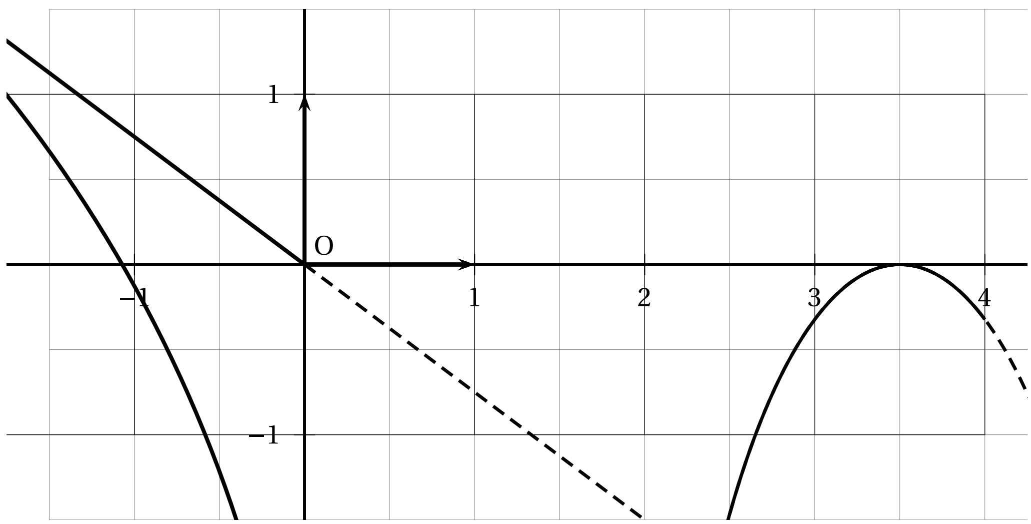
Représenter les éléments caractéristiques des transformations géométriques nécessaires sur la figure 3 de l'**annexe 2 à rendre avec la copie**.

Annexe 1 à rendre avec la copie

EXERCICE 1 - Partie B - 4.b.

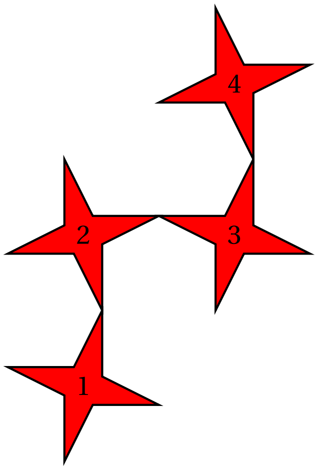
x	0	0,5	10,5	2	2,5	3	3,5	4	
$f(x)$									

EXERCICE 1 - Partie B - 4.c.

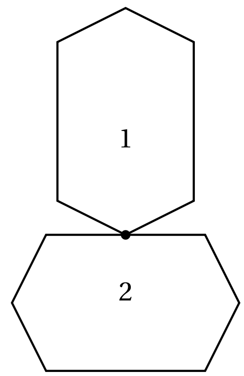


Annexe 2 à rendre avec la copie

EXERCICE 3 - Figure 1



EXERCICE 3 - Figure 2



EXERCICE 3 - Figure 3