∽ Baccalauréat Métropole 21 juin 2013 ∾
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

Exercice 1 **10 points**

La société « design » souhaite commercialiser un fauteuil à l'effigie de son nom (figure 1).
La production en série de ce fauteuil nécessite la réalisation d'un gabarit. On se propose, au travers des deux premières parties du problème, de compléter le tracé figurant sur le document 1 (annexe 1) représentant une réduction à l'échelle 1/10 d'une partie du gabarit de ce fauteuil.
La troisième partie sera consacrée à l'étude de l'indice de confort du fauteuil.

Les trois parties sont indépendantes

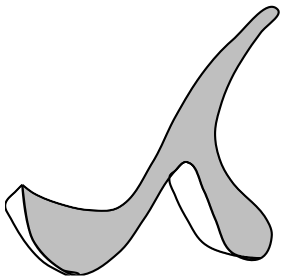


figure 1

Partie A : Étude de la fonction associée au profil de l'assise

Le profil de l'assise du fauteuil peut être modélisé par un arc de parabole notée $\mathscr{P}$ dont une équation est de la forme $y = ax^2 + bx + 4$ où a et b sont deux nombres réels à déterminer.
Dans le repère orthonormé d'axes (Ox) et (Oy) d'origine O(0 ; 0), la courbe $\mathscr{P}$ passe par les points A(−4 ; 4) et B(3 ; 9,25).

1. Déterminer les nombres réels a et b.

2. On considère la fonction f définie sur [−4 ; 3] par :

$$f(x) = 0,25x^2 + x + 4.$$

a. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur [−4 ; 3].

b. À l'aide de la calculatrice, recopier et compléter le tableau de valeurs de la fonction f ci-dessous.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f(x)$								

c. Compléter le tracé sur l'annexe 1 en traçant la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle [−4 ; 3].

Partie B : Étude de la fonction associée au profil des pieds du fauteuil

Le profil d'une partie des pieds du fauteuil peut être modélisé par la courbe représentative de la fonction g définie sur [−4 ; 3,5] par :

$$g(x) = -\frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{2}x + 2.$$

1. **a.** Démontrer que $g'(x) = -\frac{3}{8}(x-2)(x+2)$.

   b. Dresser le tableau de variation de la fonction g sur $[-4\ ;\ 3,5]$.

2. À l'aide de la calculatrice, recopier et compléter le tableau de valeurs de la fonction g ci-dessous (valeurs arrondies à 10^{-1} près).

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	$3,5$
$g(x)$									

3. Comparer $f(-4)$ et $g(-4)$. Que peut-on en conclure graphiquement ?

4. Compléter le tracé sur l'annexe 1 en traçant la courbe représentative de la fonction g sur l'intervalle $[-4\ ;\ 3,5]$.

Partie C : Étude de l'indice de confort

L'indice de confort du fauteuil se mesure à l'aide de l'angle noté α formé par les tangentes à l'arc de parabole $\mathscr{P}$ aux points A et B. Le fauteuil se verra décerner le label « confort + » si l'angle α a une mesure comprise entre 60 °et 70 °.

1. **a.** Déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{P}$ en A et le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{P}$ en B.

   b. On considère le point C$(-0,5\ ;\ 0,5)$. Vérifier que (AC) est la tangente à $\mathscr{P}$ en A et que (BC) est la tangente à $\mathscr{P}$ en B. Tracer ces deux tangentes sur l'annexe 1.

2. **a.** Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA}$ en utilisant l'expression analytique du produit scalaire.

   b. Exprimer $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA}$ en fonction de $\cos\alpha$.

   c. En déduire au degré près la valeur de α et vérifier que le fauteuil étudié se verra décerner le label « confort + ».

EXERCICE 2 **5 points**

La troisième question de cet exercice est indépendante des deux premières

Pour se protéger du soleil, on décide d'installer sur une terrasse une toile triangulaire tendue. On suppose cette toile plane. On dispose d'une toile triangulaire ABC dont les dimensions sont : AB = 7 m, AC = BC = 5 m.

1. Calculer l'aire de cette toile.

2. Calculer la valeur exacte du cosinus de l'angle $\widehat{ABC}$, puis donner une valeur arrondie de cet angle au degré près.

3. On décide de tendre cette toile triangulaire en haut de trois poteaux verticaux. Les points A et B sont fixés en haut de deux poteaux de 3 m de haut chacun. La hauteur du poteau soutenant C n'est que de 2 m. On note D, E et F les pieds respectifs de ces trois poteaux.

   Le soir, un lampadaire vertical éclaire la toile. Le pied du lampadaire est en O, et la source lumineuse en S. On souhaite représenter l'ombre générée (voir annexe 2, document 1).

   a. Pourquoi peut-on affirmer que les quatre points O, S, F et C appartiennent à un même plan ?

   b. Construire sur l'annexe 2 (document 1), l'ombre du poteau FC, en laissant apparents les traits de construction.

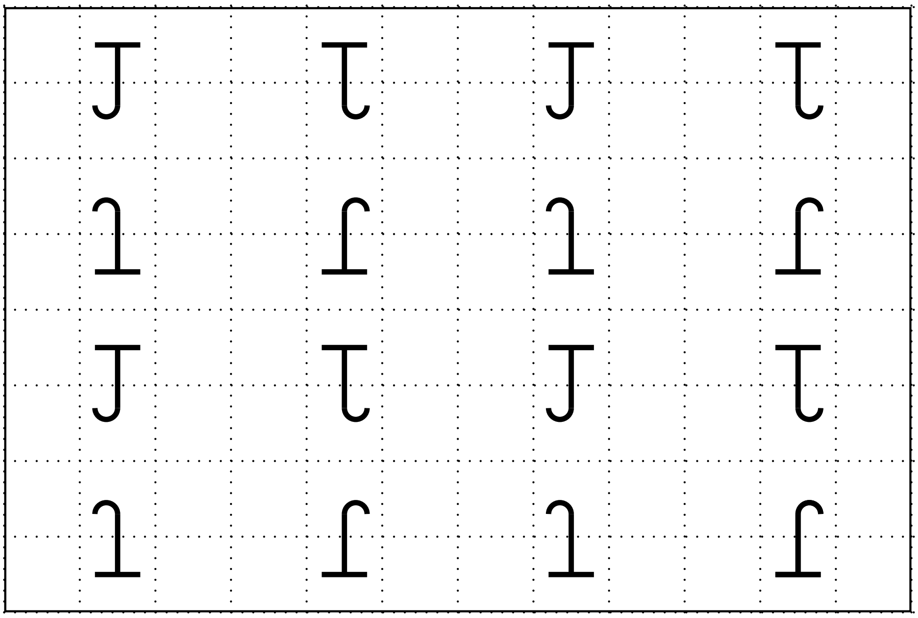
c. Achever la construction de l'ombre des deux autres poteaux.

d. En déduire l'ombre de la toile.

EXERCICE 3 — 5 points

Partie A

La figure ci-dessous représente un pavage proposé pour la moquette d'un ascenseur.



Le motif (la lettre J) a été jugé trop simple par le client. Le concepteur a donc ajouté au motif deux éléments : un quart de cercle, et deux segments adjacents. Sur l'annexe 2 (document 2), compléter le pavage sachant que l'on utilise les mêmes transformations que celles du pavage initial.

Partie B

On considère un triangle OIJ rectangle en O, avec OI = 2 cm et OJ = 1 cm.

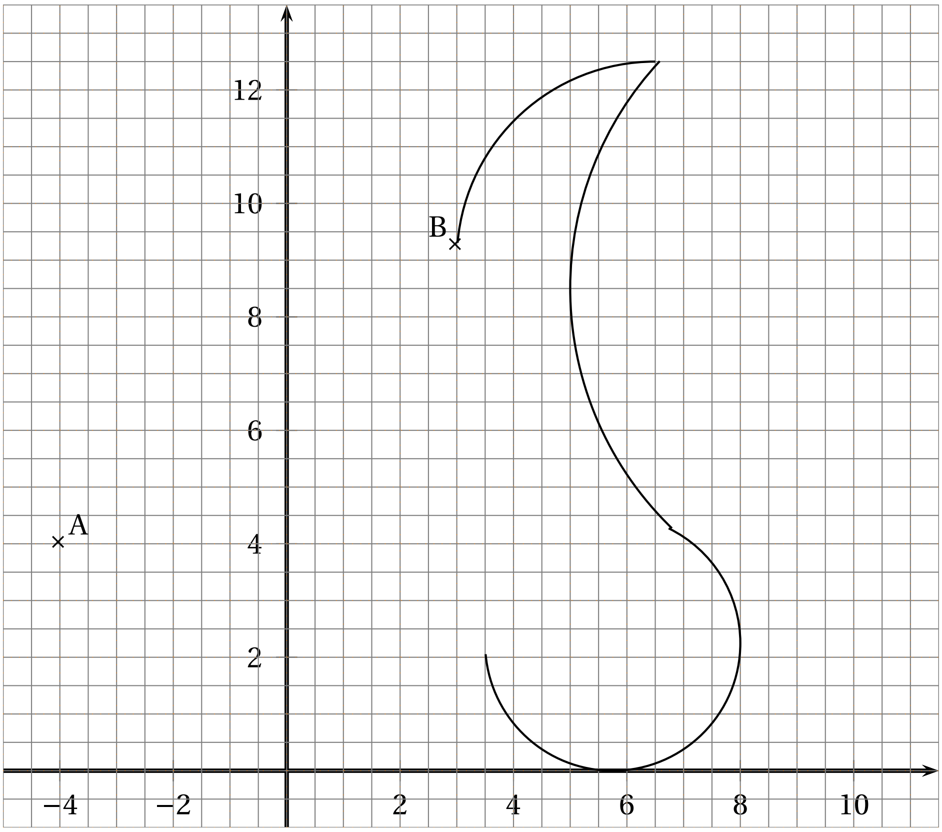
1. En utilisant ce triangle rectangle, construire un pavage du plan à l'aide de la symétrie de centre O et des translations de vecteur $\overrightarrow{\text{OI}}$ et $\overrightarrow{\text{OJ}}$.

   On répondra sur la copie, en pavant une zone carrée de 8 *cm de côté.*

2. En utilisant ce triangle rectangle, construire deux autres pavages du plan à l'aide de la symétrie de centre O, de la symétrie d'axe (OI) et des translations de vecteur $\overrightarrow{\text{OI}}$ et $\overrightarrow{\text{OJ}}$.

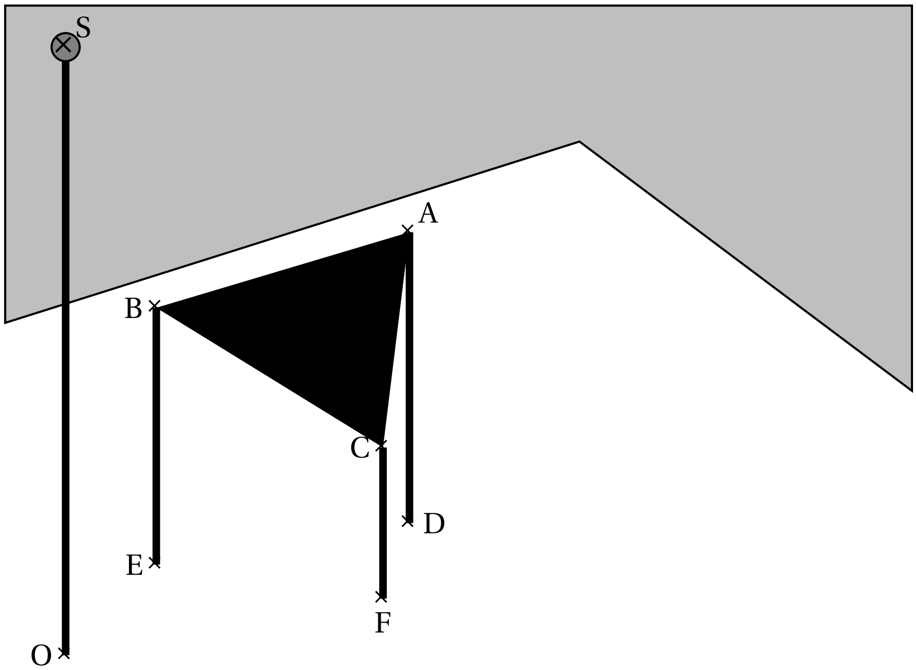
   On répondra sur la copie, en pavant dans chaque cas une zone carrée de 8*cm de côté.*

Annexe 1, à compléter et à rendre avec la copie



Annexe 2, à compléter et à rendre avec la copie

Document 1



Document 2