

∞ Baccalauréat Métropole 12 septembre 2013 ∞
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1

5 points

Questionnaire à choix multiples : pour chaque question une seule des propositions est exacte, aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse inexacte ou l'absence de réponse n'ajoute ni ne retire aucun point.

On inscrira sur la copie la référence de la question et la lettre de la réponse choisie.

1. Dans le plan rapporté à un repère orthonormal, on considère l'ellipse d'équation cartésienne :

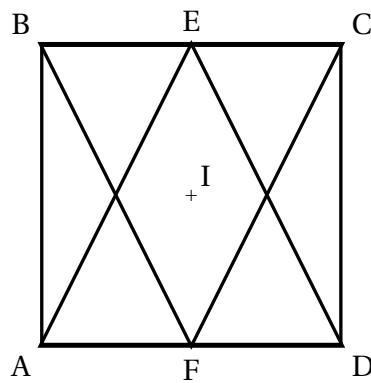
$$\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(Y+1)^2}{16} = 1.$$

Alors les coordonnées du centre de cette ellipse sont :

- a. (9 ; 16) b. (3 ; 4) c. (2 ; -1) d. (2 ; 1).
2. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal, on considère les deux vecteurs suivants, définis par leurs coordonnées $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Alors le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$ est :

- a. le vecteur $\vec{w} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -6 \end{pmatrix}$ b. Le nombre -5
- c. Le nombre -2 d. Le vecteur $\vec{w} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$
3. L'équation $x^{0,2} = 4$ a pour solution dans l'ensemble $]0 ; +\infty[$
- a. le nombre $4^{-0,2}$ b. le nombre 4^2 c. le nombre 4^5 d. le nombre 4^{-5}
4. x est un nombre réel strictement positif. Alors $\log(100x)$ est égal à :
- a. $100\log x$ b. $2 + \log x$ c. $2\log(x)$ d. x^{100}
5. La figure suivante est composée d'un carré ABCD de centre I, du triangle AED où E est le milieu de [BC] et du triangle BFC où F est le milieu de [AD].



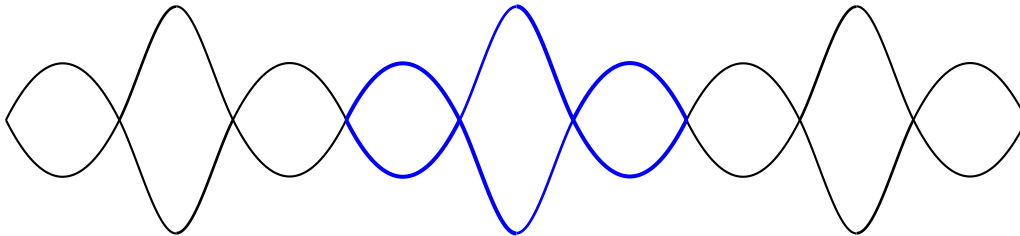
La droite (d) est la médiatrice de $[AB]$. Alors cette figure est invariante par :

- a. la translation de vecteur \overrightarrow{BE} et la symétrie axiale par rapport à (EF) .
- b. la rotation de centre I et d'angle $+90^\circ$ et la symétrie axiale par rapport à (d) .
- c. les symétries axiales par rapport à (d) puis par rapport à (EF) .

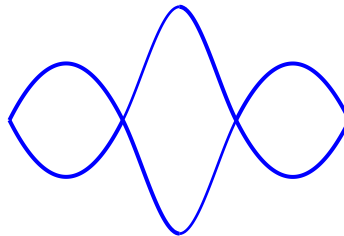
EXERCICE 2

9 points

Le but de cet exercice est de donner une construction à l'aide d'outils mathématiques de la frise suivante :



Dans tout l'exercice, on appellera « motif » la figure suivante :



Partie A :

La courbe \mathcal{C}_f tracée sur le graphique 1 de l'annexe est la représentation graphique d'une fonction f définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0; 2]$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$; nous allons déterminer les trois nombres a , b et c .

On précise que cette courbe passe par les points $O(0; 0)$, $A(1; 1)$ et $B(2; 0)$.

- a. En utilisant la situation de la fonction f relative au point O , montrer que $c = 0$.
- b. Montrer ensuite que les deux nombres a et b sont solutions du système :

$$\begin{cases} 4a + 2b = 0 \\ a + b = 1 \end{cases}$$

2. Calculer a et b .

Partie B :

On considère par la suite la fonction f définie sur $[0 ; 2]$ par $f(x) = -x^2 + 2x$.

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f . Déterminer l'expression de $f'(x)$ pour tout nombre réel x .
2. Déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point B ; tracer cette tangente sur la courbe du graphique 1 donnée en annexe.

Partie C :

Soit g la fonction définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[2 ; 3]$ par :

$$g(x) = 2x^3 - 14x^2 + 30x - 20$$

et \mathcal{C}_g sa représentation graphique.

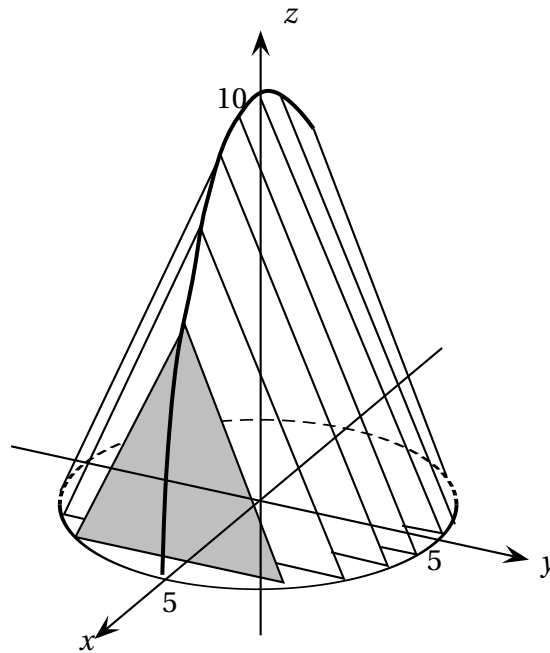
1. Calculer $g(2)$; en déduire que la courbe \mathcal{C}_g passe par le point B.
2. On note g' la fonction dérivée de la fonction g . Déterminer l'expression de $g'(x)$ pour tout nombre réel x .
3. Calculer $g'(2)$; en déduire que les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g admettent la même tangente au point B.
4. Calculer $g(3)$ et $g'(3)$; quelle est la particularité de la tangente à la courbe \mathcal{C}_g en son point C d'abscisse 3 ?
Placer le point C et cette tangente.

Partie D :

1. Déterminer le signe de g' sur l'intervalle $[2 ; 3]$. En déduire le tableau de variations de g sur ce même intervalle.
2. Tracer une représentation graphique de la fonction g sur l'intervalle $[2 ; 3]$ sur le graphique 1 de l'annexe 1.
3. Indiquer par quelles transformations du plan on peut maintenant obtenir le motif dessiné en préambule. Construire ce motif sur l'annexe 1.
4. Par quelle(s) transformation(s) peut-on obtenir la frise à partir du motif tracé ?
5. En utilisant des points judicieusement choisis, tracer une allure de la frise ainsi obtenue sur le graphique 2 de l'annexe.

EXERCICE 3**6 points**

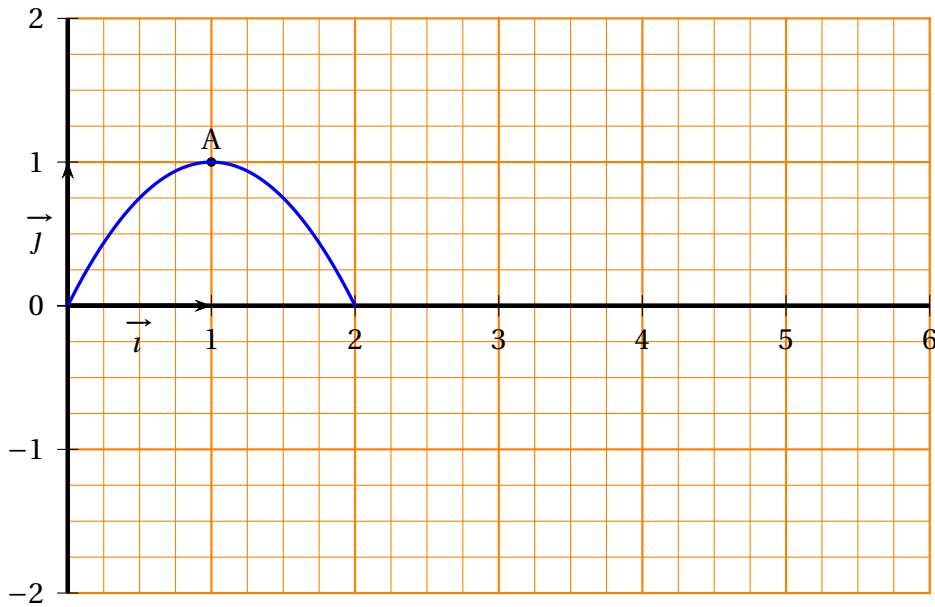
Un designer a conçu pour un stand d'exposition une structure représentée sur le dessin ci-contre (le repère est orthonormal, l'unité est le décimètre).



1. La base de cette structure est le cercle C de centre O et de rayon 5 contenu dans le plan (xOy) .
 - a. Donner une équation cartésienne de C .
 - b. Donner une représentation paramétrique de C .
2. L'arête supérieure est la moitié d'une ellipse E contenue dans le plan (xOz) .
 - a. Donner une équation cartésienne de E .
 - b. Donner une représentation paramétrique de E .
3. Cette structure sera rigidifiée par des triangles parallèles au plan (yOz) , situés tous les 10 cm.
Calculer la base et la hauteur du triangle situé dans le plan d'équation $x = 2$.

ANNEXE 1 : (à remettre avec votre copie)

Graphique 1



Graphique 2

