∽ Baccalauréat Polynésie 15 juin 2017 ∾
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1 **8 points**

Une entreprise souhaite reproduire des amphores gallo-romaines sur le modèle original ci-dessous.

L'amphore est obtenue par rotation autour d'un axe horizontal d'un profil $\mathscr{P}$ constitué de la réunion de la courbe $\mathscr{C}$ d'une fonction f et de deux segments [AB] et [CD].

Le but de l'exercice est de compléter le tracé du profil $\mathscr{P}$ sur le graphique (annexe 1).

Sur ce graphique, le segment vertical [AB] représente le fond de l'amphore et le segment horizontal [CD] représente le col de l'amphore, matérialisé par des pointillés sur la photo ci-dessus.

Dans le repère orthonormé de ce graphique, le point A a pour coordonnées $\left(-4\ ;\ \dfrac{1}{2}\right)$, le point B a pour coordonnées $(-4\ ;\ 0)$, le point C a pour coordonnées $\left(2\ ;\ \dfrac{1}{2}\right)$ et le point D a pour coordonnées $\left(3\ ;\ \dfrac{1}{2}\right)$.

Partie A : Étude du profil du corps de l'amphore

La fonction f est définie sur $[-4\ ;\ 2]$ par

$$f(x) = -\frac{1}{16}\left(x^3 + 6x^2 - 40\right).$$

$\mathscr{C}$ est la courbe représentative de f dans le repère orthonormé précédent.

1. **a.** Calculer $f'(x)$.

   b. Étudier le signe de $3x^2 + 12x$ sur $\mathbb{R}$.

c. En déduire le signe de $f'(x)$ et le tableau de variation de f sur l'intervalle $[-4 ; 2]$.

d. En quelle valeur la fonction f atteint-elle son maximum ?
Donner la valeur de ce maximum.

2. Sur l'annexe 1, compléter le tableau de valeurs de la fonction f (les valeurs seront arrondies à 10^{-1} près).

3. Justifier que la courbe $\mathscr{C}$ passe par les points A et C.

4. Quel est le coefficient directeur de la tangente T au point C ?

5. Tracer, sur le graphique de l'annexe 1, la tangente T et la courbe $\mathscr{C}$?

Partie B : Tracé d'une anse et du profil de l'amphore

On va modéliser l'anse supérieure de l'amphore par un arc du cercle Γ équation :

$$(x-2)^2+(y-1)^2=\frac{1}{2}.$$

1. Donner les coordonnées du centre Ω de ce cercle et la valeur exacte de son rayon r.

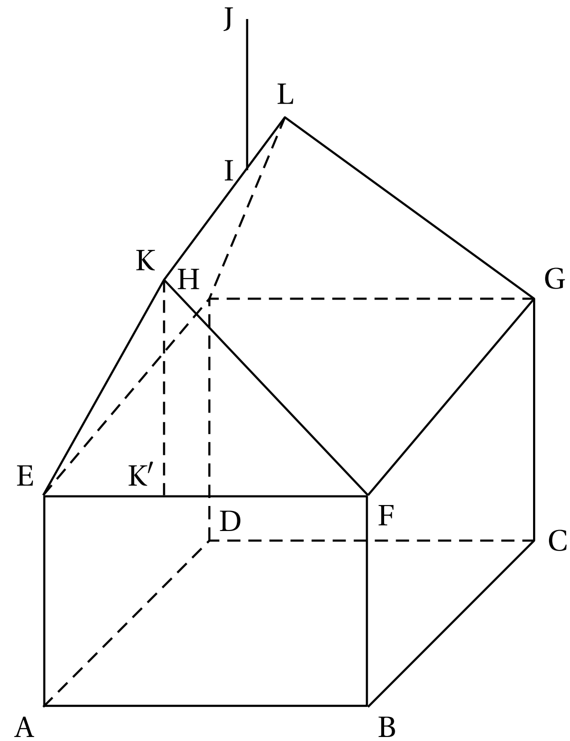
2. Déterminer les coordonnées des points d'intersection du cercle Γ et de la droite d'équation $y=\frac{1}{2}$.
En déduire les coordonnées du point E, intersection du cercle Γ et du segment [CD].

3. Compléter le graphique de l'annexe 1, en traçant l'arc du cercle Γ représentant l'anse supérieure de l'amphore.

4. Compléter le graphique en traçant le symétrique du profil $\mathscr{P}$ et de l'anse par rapport à l'axe des abscisses.

EXERCICE 2 **7 points**

Le dessin ci-contre représente une cabane en perspective parallèle.
ABCDEFCH est un pavé droit dont les faces ABCD et EFCH sont horizontales et constituent le sol et le plafond.
Les faces ABCD et EFCH sont des carrés.
EFGHKL est un prisme droit.
La base EFK de ce prisme est un triangle tel que
EK = 2 m, FK = 2,5 m et EF = 3 m.



Les parties A et B sont indépendantes

Partie A : Angle et hauteur du toit

1. Montrer que $\cos\left(\widehat{EFK}\right) = 0,75$.
2. En déduire :
   a. une valeur approchée, à 0,1 degré près, de l'angle $\widehat{EFK}$.
   b. une valeur approchée, à 1 cm près, de la hauteur KK′ du toit.

Partie B : Dessin en perspective centrale de la cabane

Dans cette partie, on convient de noter un point de l'espace par une lettre majuscule et de noter son image dans la perspective centrale par une lettre minuscule (a est l'image de A, b est l'image de B, ...).
Une représentation de la cabane, en perspective centrale est commencée sur l'annexe 2. La ligne d'horizon est tracée et le mur ABFE est frontal.
Cette représentation est à compléter et à rendre avec la copie. Aucune justification des tracés n'est attendue mais on laissera visibles les traits de construction.

1. Placer le point de fuite principal w.
2. Compléter le tracé de l'image du pavé droit ABCDEFGH.
3. Tracer l'image du toit EFGHKL.

4. Une antenne verticale représentée par le segment [IJ] est située au milieu de [KL]. Sa hauteur est identique à celle du toit. Tracer [ij].

EXERCICE 3 **5 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O} ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

On donne les points : $\text{A}\left(-1\ ;\ \dfrac{3}{2}\right)$, $\text{B}\left(1\ ;\ \dfrac{3}{2}\right)$ et $\text{C}(2\ ;\ 0)$.

1. **a.** Placer les points A, B et C dans le repère de l'annexe 3.

   b. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\text{OA}}$ et $\overrightarrow{\text{CB}}$. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère OABC ?

   c. Calculer $\overrightarrow{\text{OA}} \cdot \overrightarrow{\text{OC}}$.

   d. En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\widehat{\text{AOC}}\right)$, puis une valeur approchée, arrondie au degré, de $\widehat{\text{AOC}}$.

2. **a.** Construire l'image de OABC par la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{OC}}$ dans le repère de l'annexe 3.

   b. Construire l'image de OABC par la symétrie d'axe (OC) dans le repère de l'annexe 3.

   c. Poursuivre la construction du pavage du plan, commencée dans les questions 2. a. et 2. b., en utilisant uniquement les translations de vecteur $\overrightarrow{\text{OC}}$ ou $\overrightarrow{\text{CO}}$ et des symétries d'axe parallèle à (OC).

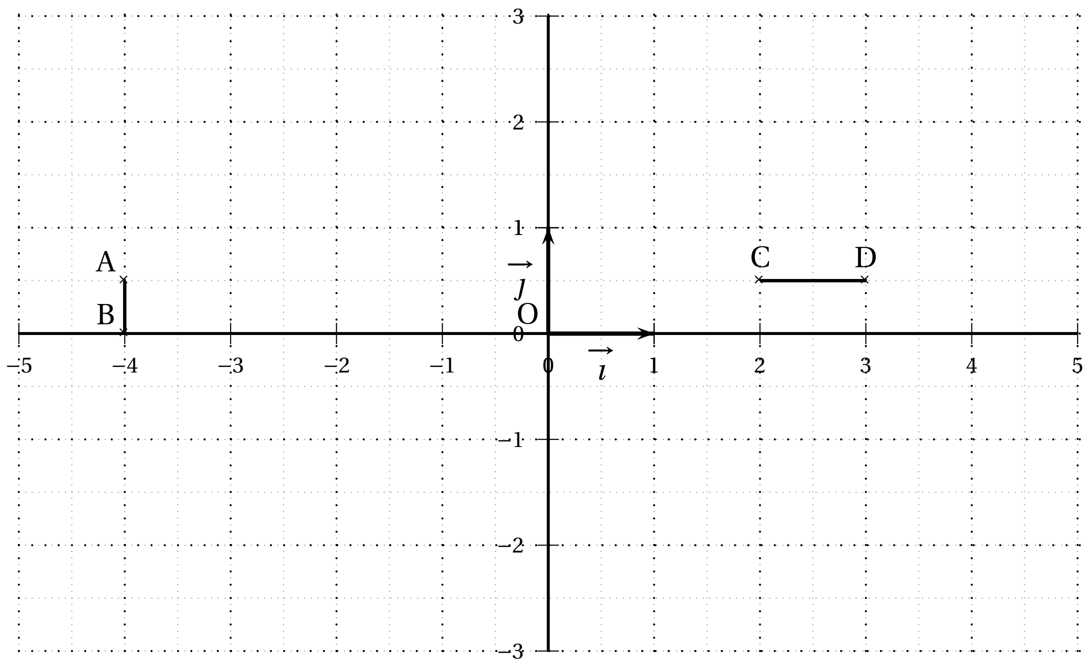
   (*On pavera la partie du plan définie par* $-6 \leqslant x \leqslant 6$ *et* $-3 \leqslant y \leqslant 3$).

3. En utilisant le quadrilatère OABC, construire sur l'annexe 4 un autre pavage. Citer les transformations utilisées.

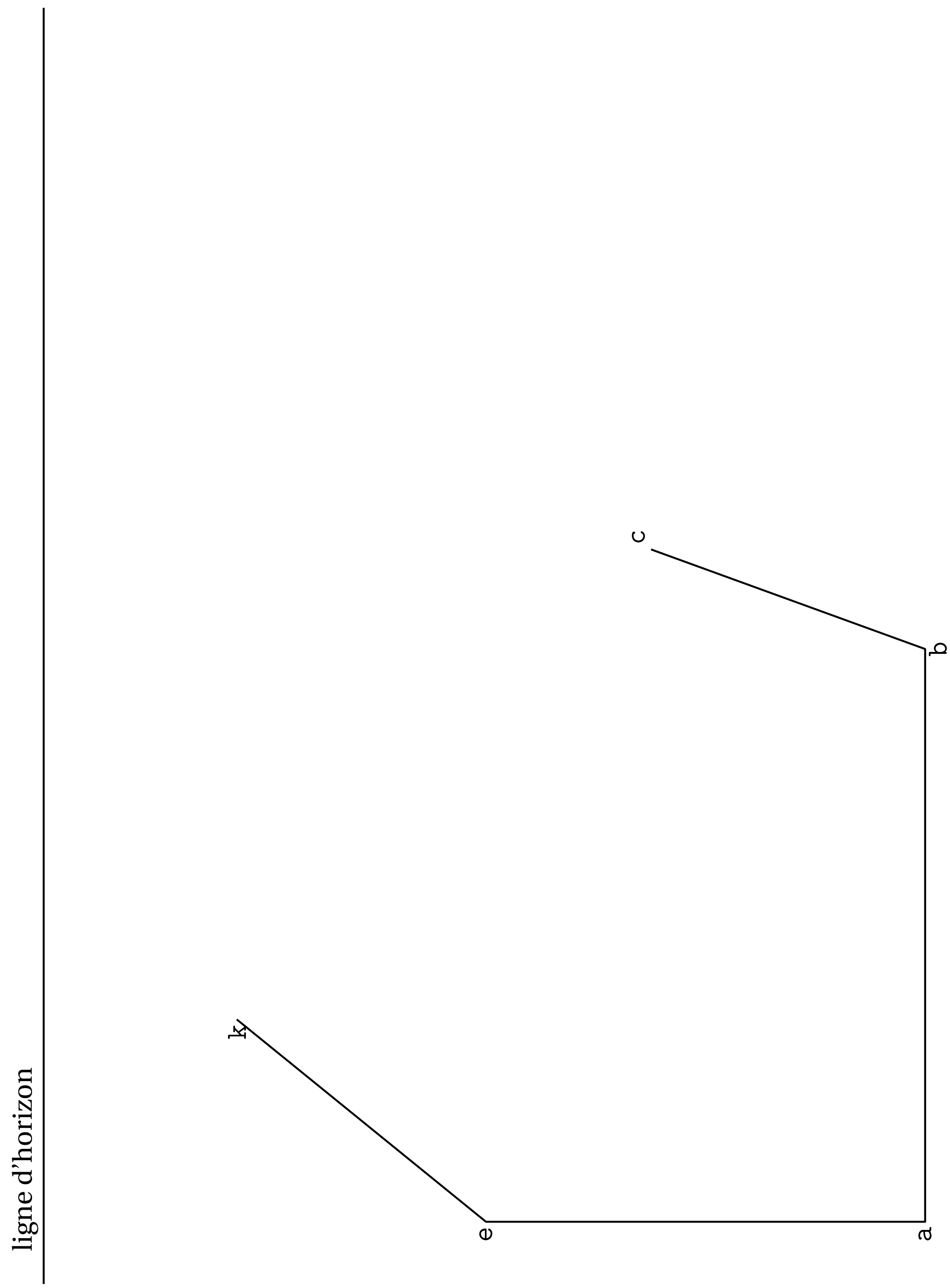
   (*On pavera la partie du plan définie par* $-6 \leqslant x \leqslant 6$ *et* $-3 \leqslant y \leqslant 3$).

Annexe 1 - Exercice 1 (à rendre avec la copie)

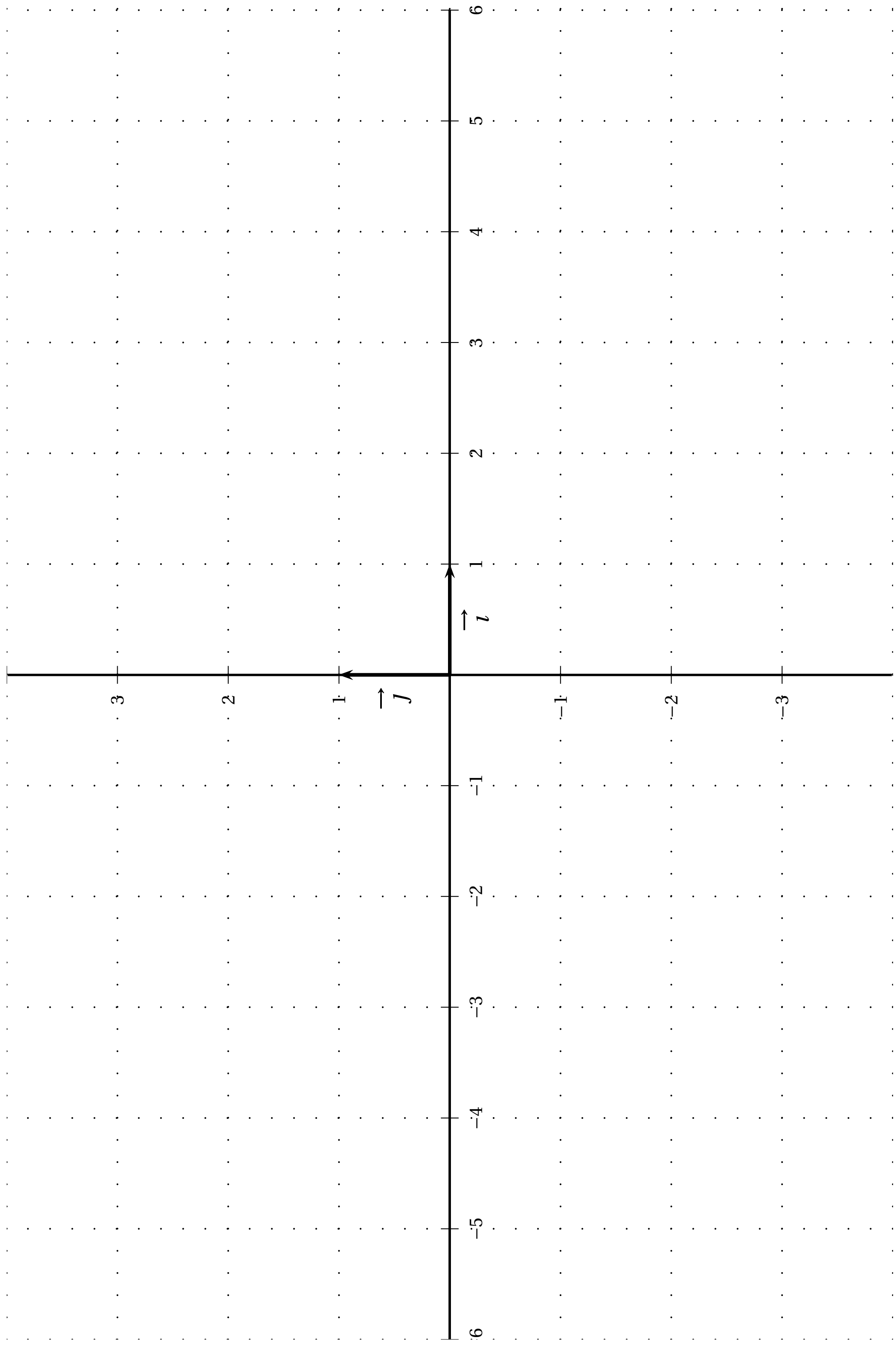
x	-4	$-3,5$	-3	$-2,5$	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$													



Annexe 2 - Exercice 2 (à rendre avec la copie)



Annexe 3 - Exercice 3, questions 1 et 2 (à rendre avec la copie)



Annexe 3 - Exercice 3, questions 3 (à rendre avec la copie)