Corrigé du baccalauréat Polynésie 11 juin 2013
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1 **5 points**

1. Seul le point de coordonnées (2 ; 3) vérifie la première équation. Réponse **a.**
2. La calculatrice donne $\widehat{\text{IAB}} = \widehat{\text{IAD}} = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \approx 26,5°$. Il reste pour $\widehat{\text{IAJ}} \approx 53°$ et $\cos 53\,° \approx 0,8 = \dfrac{4}{5}$. Réponse **b.**
3. La fonction dérivée est définie par $x \longmapsto -\dfrac{2}{x^2}$.
   Le nombre dérivé en 2 est donc égal à $-\dfrac{2}{2^2} = -\dfrac{2}{4} = -\dfrac{1}{2}$.
   Le point (2 ; 1) appartient à C. L'équation de la tangente au point d'abscicse est donc $y - 1 = -\dfrac{1}{2}(x-2)$ ou encore $y = -\dfrac{1}{2}x + 2$. Réponse **b.**
4. La fonction est décroissante sur $]0 ; 2]$, donc la fonction dérivée est négative sur cet intervalle ce qui élimine **a.** et **b.**
   Réponse **c.**
5. Posons $X = \log x$; l'équation s'écrit $X^2 + 2X - 3 = 0$. Une solution évidente est $X = 1$ et $X^2 + 2X - 3 = (X-1)(X+3)$, donc l'autre solution est $X = -3$.
   On a donc $\left\{\begin{array}{lcl}\log x & = & 1\\ \log x & = & -3\end{array}\right.$ d'où $x = 10$ ou $x = 10^{-3}$. Réponse **a.**

EXERCICE 2 **10 points**

Partie A Étude de la fonction f définie sur $[0 ; 4]$ par

$$f(x) = -x^3 + 7x^2 - 11x$$

1. On développe : $x\left(-x^2 + 7x - 11\right) = x\left(-x^2 + 7x - 11\right) = f(x)$.
2. **a.** On a la solution évidente $x_1 = 0$.
   Il reste à résoudre $-x^2 + 7x - 11 = 0$.
   $\Delta = 7^2 - 4 \times (-1) \times (-11) = 49 - 44 = 5$.
   Deux solutions $x_2 = \dfrac{-7+\sqrt{5}}{2\times(-1)} = \dfrac{7-\sqrt{5}}{2}$ et $x_3 = \dfrac{-7-\sqrt{5}}{2\times(-1)} = \dfrac{7+\sqrt{5}}{2}$. Or $\dfrac{7+\sqrt{5}}{2} \approx 4,6 > 6$, donc ce nombre n'est pas solution.

   b. On a donc $x_{\text{E}} = x_2 = \dfrac{7-\sqrt{5}}{2}$.
   Voir E à la fin.
3. On calcule $\Delta = 14^2 - 4 \times (-3) \times (-11) = 196 - 132 = 64 = 8^2$. Il y a donc deux solutions pour l'équation $-3x^2 + 14x - 11 = 0$:
   $x_1 = \dfrac{-14+8}{2\times(-3)} = 1$ et $x_1 = \dfrac{-14-8}{2\times(-3)} = \dfrac{22}{6} = \dfrac{11}{3}$.
   Le coefficient $a = -1$, donc la parabole est tournée vers le bas.
   La fonction est négative sur $]-\infty ; 1[$ et sur l'intervalle $\left]\dfrac{11}{3} ; +\infty\right[$ et positive sur $\left]1 ; \dfrac{11}{3}\right[$.
   Le maximum de f est donc $f\left(\frac{11}{3}\right) = -\left(\frac{11}{3}\right)^3 + 7\left(\frac{11}{3}\right)^2 - 11 \times \frac{11}{3} = -\frac{1331}{27} + \frac{7\times121}{9} - \frac{121}{3} = \frac{-1331+2541-1089}{27} = \frac{121}{27} \approx 4,48$.

4. On en déduit le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$		1		$\frac{11}{3}$		$+\infty$
variations du trinôme		$\searrow$	-5	$\nearrow$	$\frac{121}{27}$	$\searrow$	

Partie B Raccordement de deux courbes

1. Voir à la fin.

2. $f(4) = -4^3 + 7 \times 4^2 - 11 \times 4 = -64 + 112 - 44 = 4$;
$g(4) = -3 \times 4 + 16 = 4$.
Le point A(4 ; 4) est donc un point commun aux deux courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{D}$

3. Ce coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ au point A est le nombre dérivé $f'(4)$. Or $f'(x) = -3x^2 + 7 \times 2x - 11$, donc :
$f'(4) = -48 + 56 - 11 = -3$.

4. La tangente à la droite $\mathscr{D}$ est elle-même : en tout point son coefficient directeur est égal au coefficient de x dans l'équation de la droite soit -3.
Conclusion : les tangentes en A aux deux courbes sont égales.

Partie C Fin de la construction du prototype

On translate le motif inférieur de $8 \times 5 = 40$ vers le haut.
Il reste à tracer le bord droit.

EXERCICE 3 **5 points**

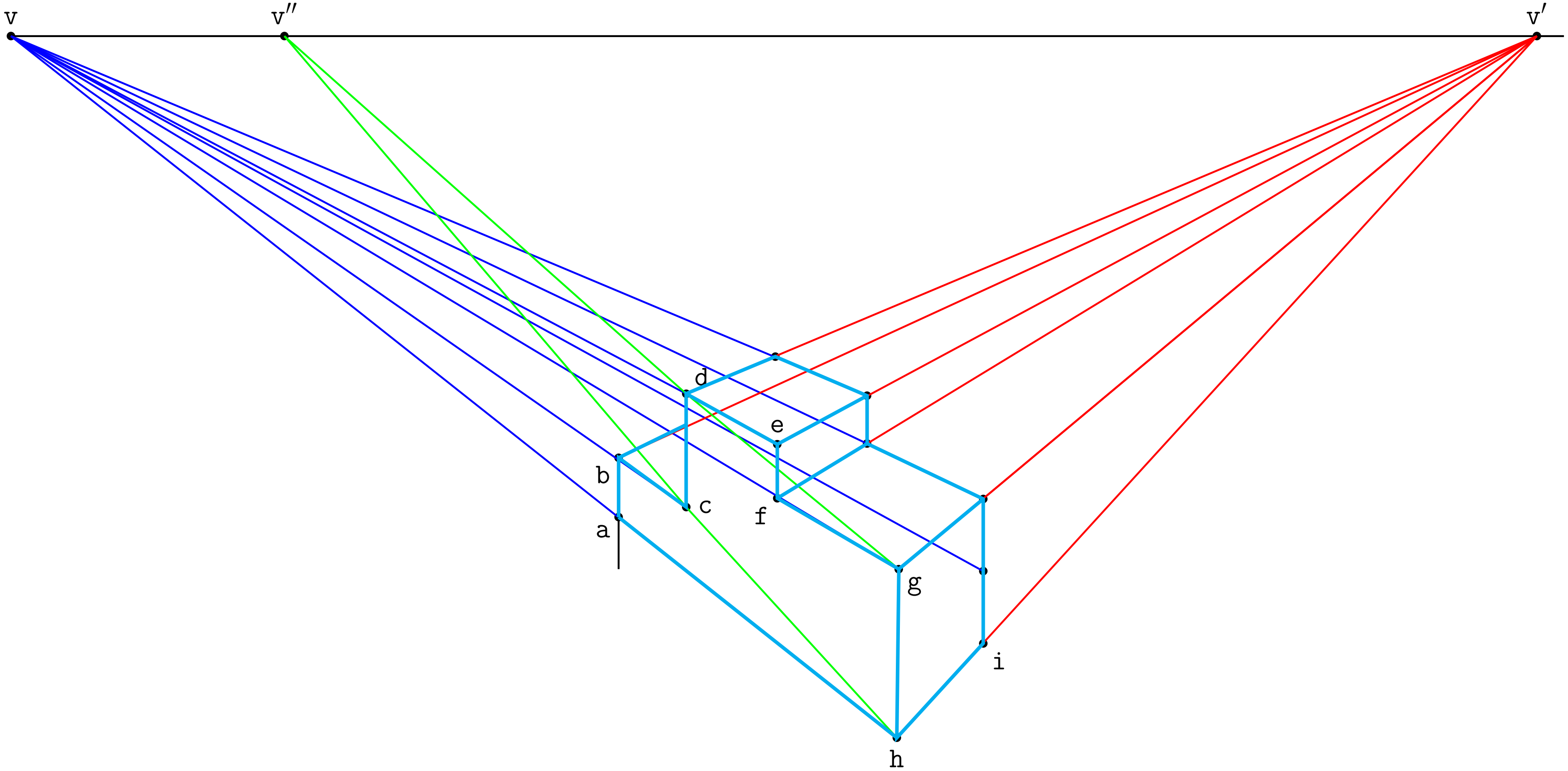
1. Voir à la fin.

2. **a.** (SO) et (BA) sont perpendiculaires au plan sur lequel est posé le podium : elles sont parallèles et par là coplanaires.

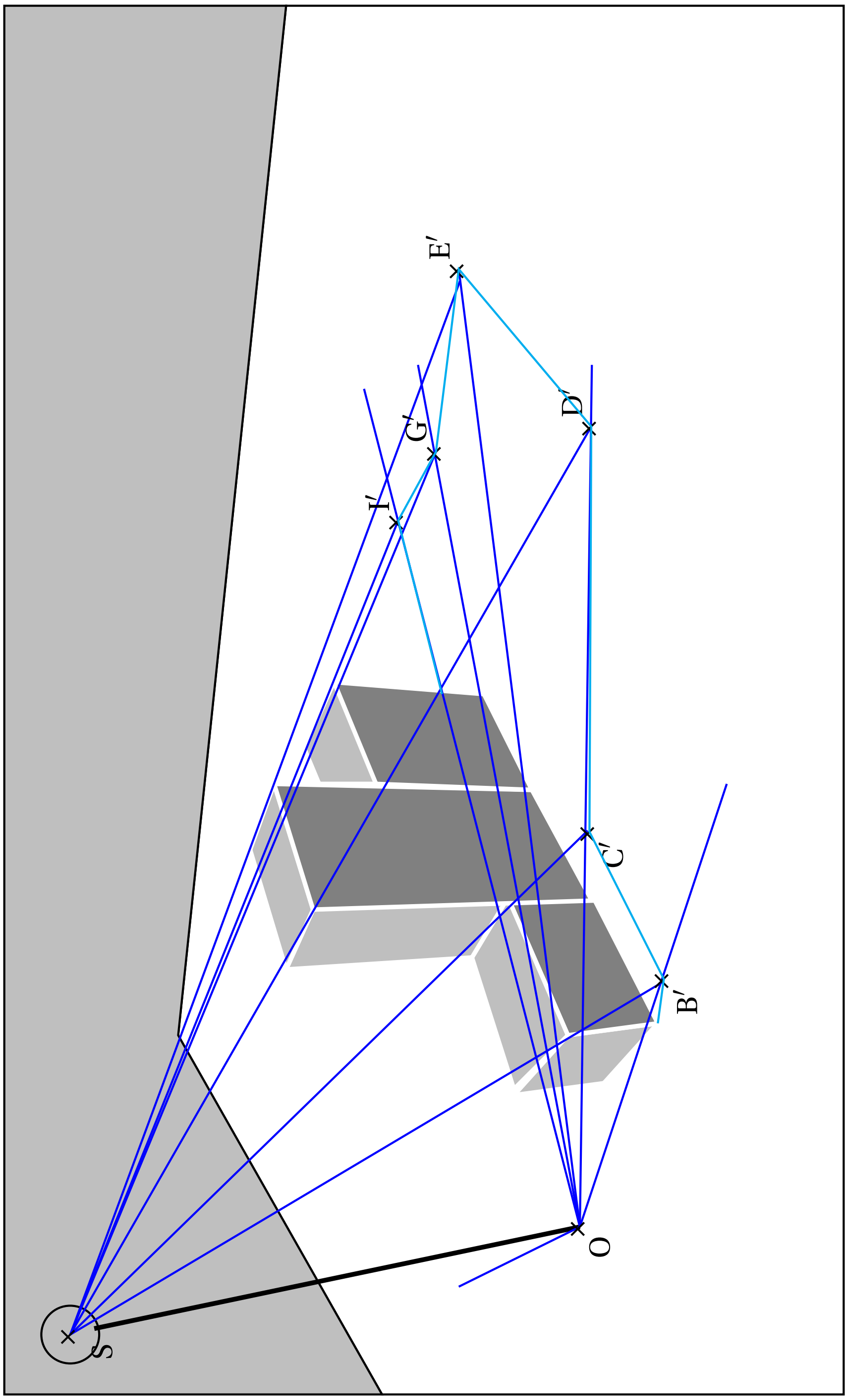
b. D'après le résultat précédent, A, B, S et O appartiennent au même plan et les droites (OA) du plan de base et (SB) ne sont pas parallèles : elles sont sécantes en B′ ombre du point B.

3. On construit les ombres des autres sommets du podium de la même façon que le point B′.

Annexe 1, à rendre avec la copie



Annexe 2, à rendre avec la copie



Annexe 3, à rendre avec la copie