Baccalauréat STD2A 2014

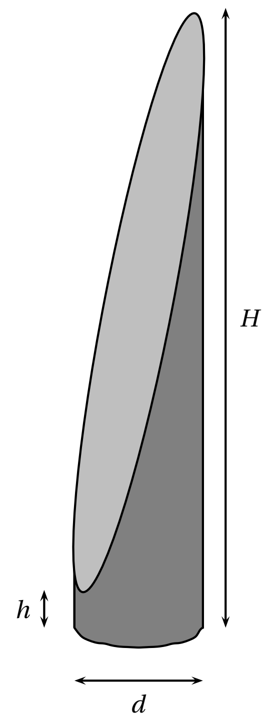
L'intégrale de juin à septembre 2014

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

∽ Baccalauréat Polynésie 16 juin 2014 ∾
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1 **7 points**

Les trois parties de cet exercice sont largement indépendantes



Un miroir est composé d'une glace reposant sur un support cylindrique à base circulaire. Ce cylindre est tronqué en biais par rapport à l'horizontale.
La section oblique du cylindre correspondant à la glace forme une ellipse $\mathcal{E}$.
On appelle respectivement h et H les distances entre le plan de la base du cylindre et les sommets inférieur et supérieur de $\mathcal{E}$.
On note d le diamètre du cylindre.
On donne :
$H = 145$ cm
$h = 9$ cm
$d = 32$ cm

On a représenté les vues de profil et de dessus du miroir en Annexe 1.

Partie A

1. Le schéma représentant la vue de coupe suivant un plan vertical est donné en Annexe 1.
   Indiquer dans les cadres prévus à cet effet les trois dimensions manquantes, représentées par des flèches.
2. **a.** Calculer la longueur exacte de SS′. En déduire la longueur arrondie au centimètre du grand axe de l'ellipse $\mathcal{E}$.

   b. Donner, sans justifier, la longueur du petit axe de $\mathcal{E}$.

Partie B

On admet pour la suite que le contour de la glace représente une ellipse $\mathcal{E}$ dont les axes mesurent 140 cm et 32 cm.

1. Sachant que l'aire d'une ellipse dont les *demi-axes* ont pour mesures a et b est égale à πab, calculer au cm^2 près l'aire de $\mathcal{E}$.
2. La glace comporte une couche de verre de 4 mm d'épaisseur. Elle a ainsi la forme d'un solide ayant pour base une ellipse, et une hauteur de 4 mm.

   a. Calculer le volume de verre utilisé, au cm^3 près.

   b. Sachant que le verre a une masse volumique de 2,5 g/cm^3, déterminer la masse de la glace, arrondie au kg près.

Partie C

On considère le repère orthonormal vérifiant les conditions suivantes :

- L'origine du repère est située au centre de $\mathscr{E}$
- L'axe des abscisses est confondu avec le grand axe de $\mathscr{E}$
- L'unité de longueur est le centimètre.

On rappelle que le grand axe et le petit axe de $\mathscr{E}$ mesurent respectivement 140 cm et 32 cm.

1. **a.** Déterminer une équation de $\mathscr{E}$ dans ce repère.

b. Soit M le point de coordonnées M(42 ; 12,8).
Montrer par un calcul que le point M appartient à $\mathscr{E}$.

2. Afin de réaliser un tracé de $\mathscr{E}$, on utilise un paramétrage. On considère que le paramétrage suivant

$$\left\{\begin{array}{lcl} x(t) & = & 70\cos t \\ y(t) & = & 16\sin t \end{array}\right.$$

constitue un paramétrage de l'ellipse lorsque t désigne un angle dont la mesure en degrés décrit l'intervalle $[0 ; 360]$.

a. Compléter le tableau situé en Annexe 1, en arrondissant les valeurs trouvées au centième près.

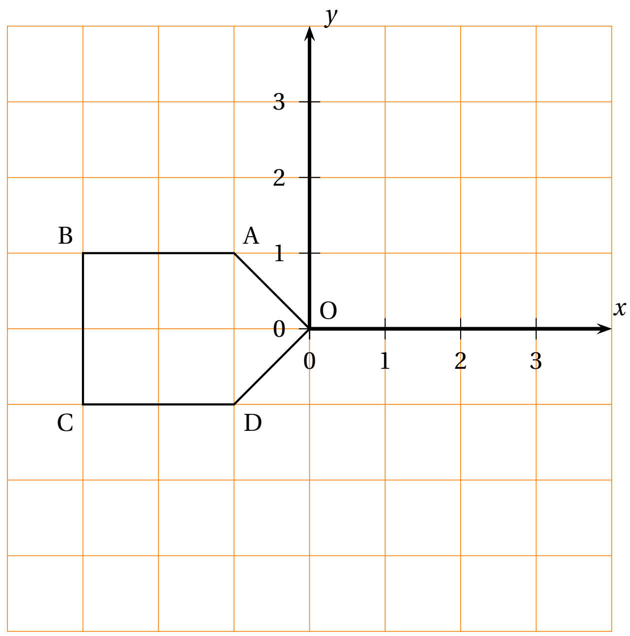
b. Construire dans le repère donné en Annexe 1 l'arc de l'ellipse correspondant aux valeurs du tableau, puis compléter le tracé de $\mathscr{E}$.

EXERCICE 2 **8 points**

Dans cet exercice, on s'intéresse au pavage du plan à l'aide d'un motif élémentaire dont la construction est décrite ci-après.
Les dessins demandés seront réalisés sur l'annexe 2.

Partie A

Sur la figure ci-dessous, on a représenté un pentagone O, A, B, C, D dans un repère orthonormé.



1. Quelles sont les coordonnées des points O, A, B, C, D ?

2. Soient A_2, B_2, C_2, D_2 les images respectives de A, B, C, D par la symétrie centrale de centre O.

a. Tracer sur l'annexe 2, le pentagone O, A, B, C, D et le pentagone O, A_2, B_2, C_2, D_2 en faisant figurer le nom des points sur le dessin.

b. Lire graphiquement les coordonnées du point C_2.

3. Soient B_1 et C_1 les images respectives de B et C par la rotation d'angle 90 ° et de centre O.

a. Quelles sont leurs coordonnées ?

b. Quelles sont les images de A et D par cette rotation ?

4. Soient B_3 et C_3 les images respectives de B et C par la rotation d'angle −90 ° et de centre O.

a. Quelles sont leurs coordonnées ?

b. Quelles sont les images de A et D par cette rotation ?

5. Tracer sur l'annexe 2 les deux pentagones O, D, B_1, C_1, A_2 et O, D_2, B_3, C_3, A, puis surligner les côtés du polygone P = [A, B, C, D, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2, D_2, B_3, C_3], qui constitue le motif du pavage que l'on souhaite construire.

a. Quels sont tous les axes de symétrie de ce motif P ?

b. En déduire une autre méthode pour construire le motif à partir du pentagone 0, A, B, C, D sans utiliser de rotation.

Partie B

On souhaite procéder à un pavage du plan.

1. Soit t_1 la translation qui transforme C en C_3.

a. Préciser les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{u}$ de cette translation.

b. Combien d'autres couples de points de la forme (M, M'), où M et M' sont des sommets du polygone P tels que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{u}$, peut-on identifier ?

c. Tracer sur l'annexe 2 l'image P′ du motif P par la translation t_1.

2. Soit t_2 la translation de vecteur $\overrightarrow{v}\,(-4\,;\,2)$.

a. Combien de couples de points de la forme (M, M'), où M et M' sont des sommets du polygone P tels que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{v}$, peut-on identifier ?

b. Tracer sur l'annexe 2, les images par la translation t_2 des deux motifs P et P′.

3. Donner deux translations nécessaires pour recouvrir tout le plan à l'aide du motif P.

EXERCICE 3 **5 points**

Un fabriquant de lunettes FAMO veut étudier un verre teinté.

Partie A : Étude du pouvoir d'atténuation du verre

1. Un rayon lumineux traversant ce verre plat épais de 1 cm perd 30 % d'intensité lumineuse en traversant ce verre.

a. Pour une intensité de 10 candélas, calculer l'intensité lumineuse après le verre.

b. Soit I l'intensité avant le verre et I' après le verre (I et I' sont exprimées en candélas). Justifier que $I' = 0,7I$.

2. Le pouvoir d'atténuation est fonction de l'épaisseur du verre. Soit I l'intensité avant le verre et I' après le verre pour une épaisseur x cm (I et I' sont exprimées en candélas). On a la formule suivante :

$$I' = 0,7^x I.$$

On veut diviser par deux l'intensité lumineuse.

a. Montrer que calculer l'épaisseur du verre revient à résoudre l'équation :

$$0,7^x = 0,5.$$

b. Résoudre cette équation, et fournir une valeur approchée de la solution au centième.

Partie B : Amincissement du verre

Le fabriquant, voulant améliorer l'épaisseur de ce verre, se propose de l'amincir. Cependant un défaut apparaît : chaque rayon incident arrivant perpendiculairement au verre plat est réfracté avec un angle. On se propose de calculer cet angle.
Le rayon lumineux avant le verre est symbolisé par le vecteur $\overrightarrow{\text{AB}}$ et le rayon réfracté est noté $\overrightarrow{\text{BC}}$.
Des mesures sont réalisées. Dans un repère orthonormé $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\right)$, on obtient les coordonnées suivantes : A(0 ; 1), B(3 ; 1) et C(6 ; 3).

1. Placer dans un repère orthonormé $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\right)$ les points A, B et C.

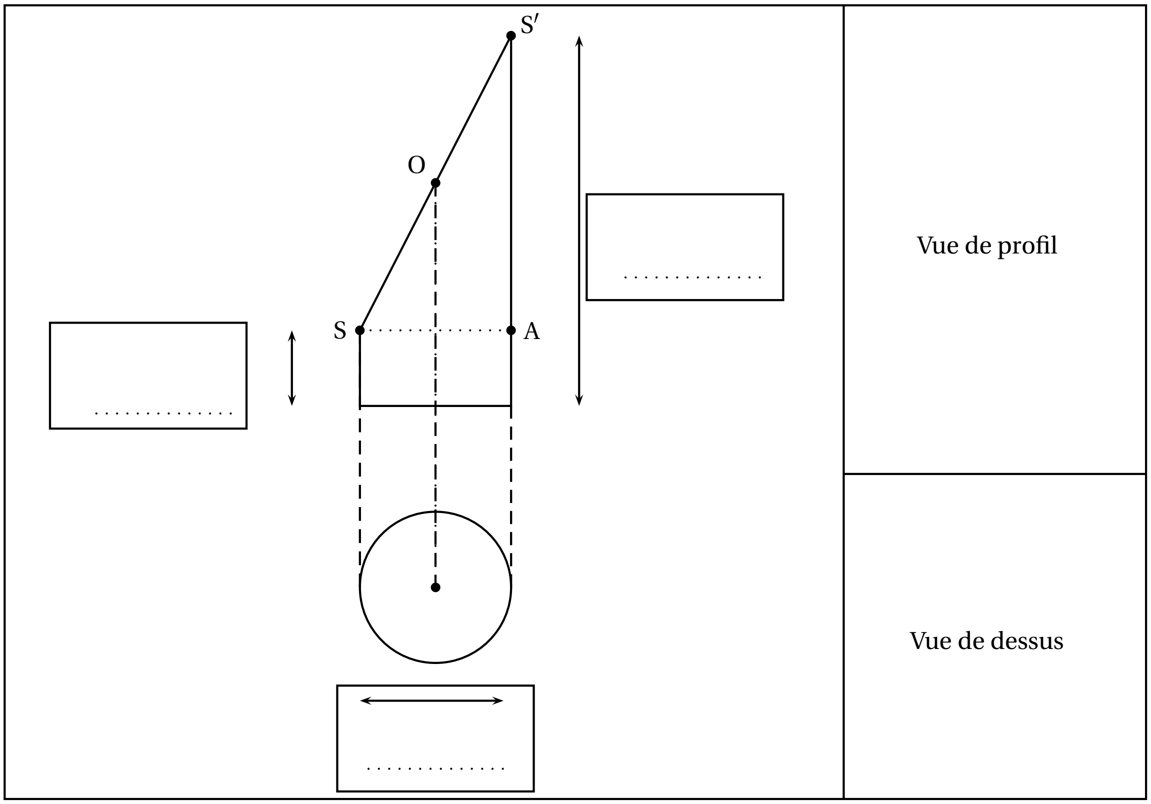
2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\text{BA}}$ et $\overrightarrow{\text{BC}}$.

3. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{\text{BA}} \cdot \overrightarrow{\text{BC}}$.

4. En déduire la valeur de l'angle $\widehat{\text{CBA}}$. On arrondira le résultat au degré près.

Annexe 1 (À remettre avec votre copie)

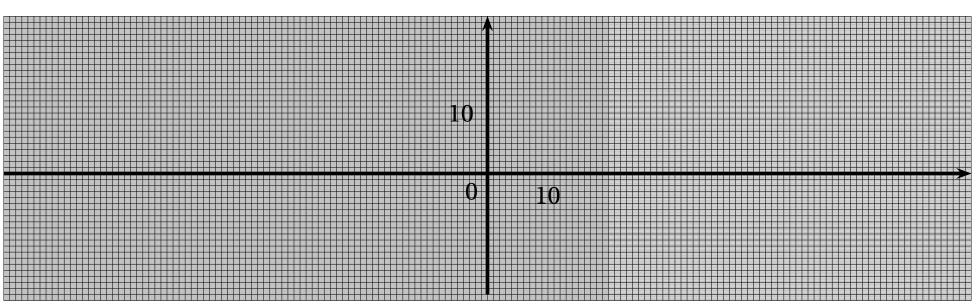
Question A 1.



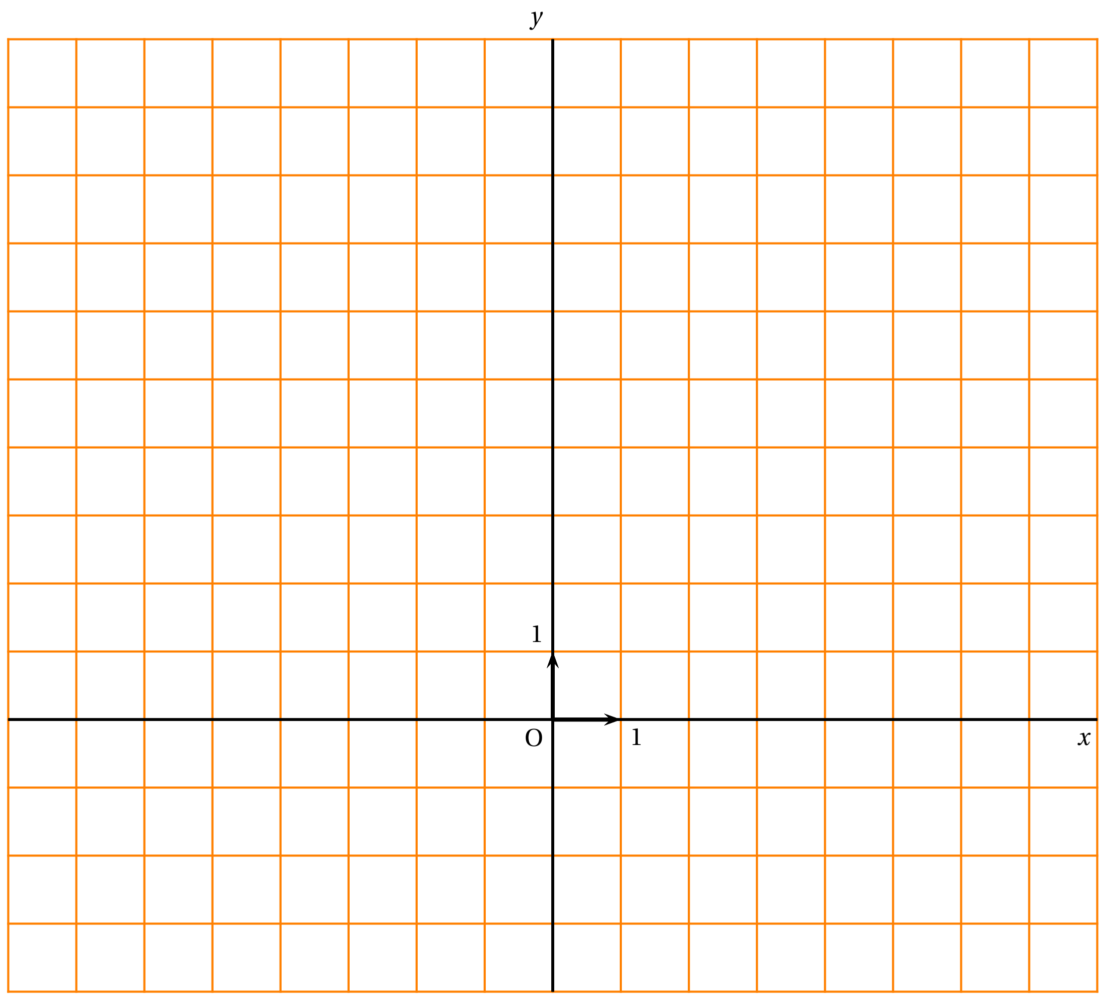
Question C 2. a.

t (degrés)	0	10	20	30	50	70	90
$x = 70\cos t$							
$y = 16\sin t$							

Question C 2. b.



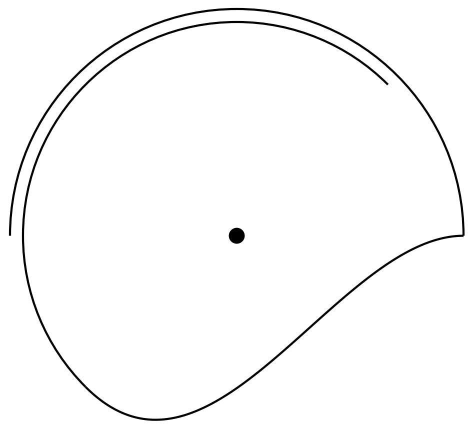
Annexe 2 (à remettre avec votre copie)



Baccalauréat Antilles-Guyane 18 juin 2014
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1 **7 points**

Un designer-graphiste a imaginé le logo ci-dessous. Il est constitué de deux demi-cercles concentriques et d'une courbe. L'objectif de cet exercice est de reproduire ce logo.



Partie A : Les demi-cercles

1. Dans le repère orthonormal $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ de l'annexe 1, on a placé les points A(5 ; 2) et B(−1 ; 2) puis on a tracé le demi-cercle supérieur joignant les points A et B.
   a. Donner une équation cartésienne du cercle de diamètre [AB].
   b. Déterminer par le calcul les coordonnées exactes du point d'intersection de l'axe des ordonnées avec ce demi-cercle.
2. **a.** Sur la figure de l'annexe 1, placer le point C(4 ; 4) puis tracer le demi-cercle joignant les points C et O, correspondant au deuxième demi-cercle du logo.
   b. Tracer la droite (T), tangente à ce demi-cercle au point O. Déterminer graphiquement le coefficient directeur de (T).

Partie B : La courbe

On souhaite construire la base du logo avec un raccordement lisse en O.
Soit f la fonction définie sur $[0 ; 5]$ par

$$f(x) = -0,072x^3 + 0,64x^2 - x.$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentant la fonction f dans le repère de l'annexe 1.

1. Justifier que la courbe $\mathscr{C}_f$ passe par les points O et A.
2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
   a. Calculer $f'(x)$.
   b. Déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.
   c. Calculer $f'(5)$ et donner une interprétation graphique du résultat obtenu.
   d. Vérifier que $f'(x) = 0,008(5 - x)(27x - 25)$.
3. En déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 5]$.
4. Sur l'annexe 1, compléter le tableau de valeurs de la fonction f (on arrondira à 10^{-3} près).

5. Sur l'annexe 1, compléter le logo en traçant $\mathscr{C}_f$

EXERCICE 2 **6 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie sans aucune justification.

Une réponse exacte rapportera 1 *point. Une fausse réponse ne rapportera aucun point.*

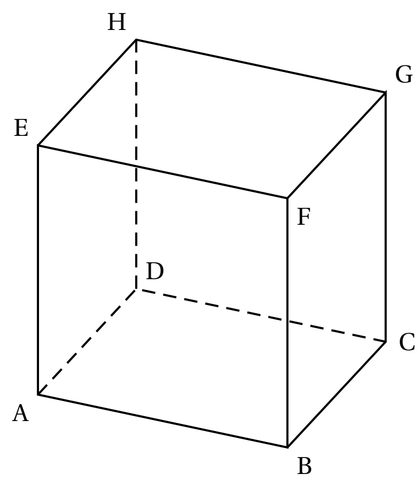
1. Le niveau d'intensité sonore, exprimé en décibels (dB), est donné par la formule :

$$L = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

où I représente l'intensité sonore exprimée en W/m^2 et I_0 une intensité sonore de référence.
Si $L = 70$ dB, alors :

a. $I = 10^{-7} I_0$ **b.** $I == 7I_0$ **c.** $I == 10^7 I_0$ **d.** $I = \log(60) I_0$

2. On considère le cube ABCDEFGH représenté dessous.



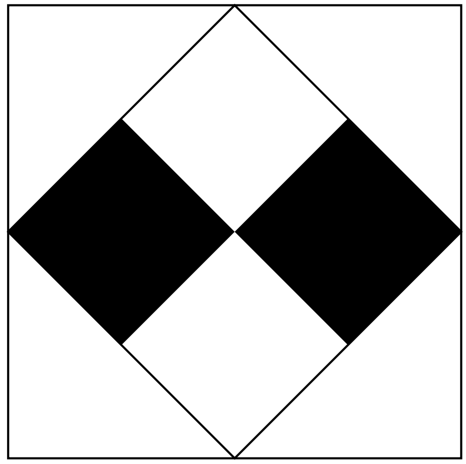
Le triangle EBD est :

a. quelconque **b.** isocèle non équilatéral **c.** rectangle **d.** équilatéral

3. Le cube précédent est invariant par rotation d'axe (AG) et d'angle :

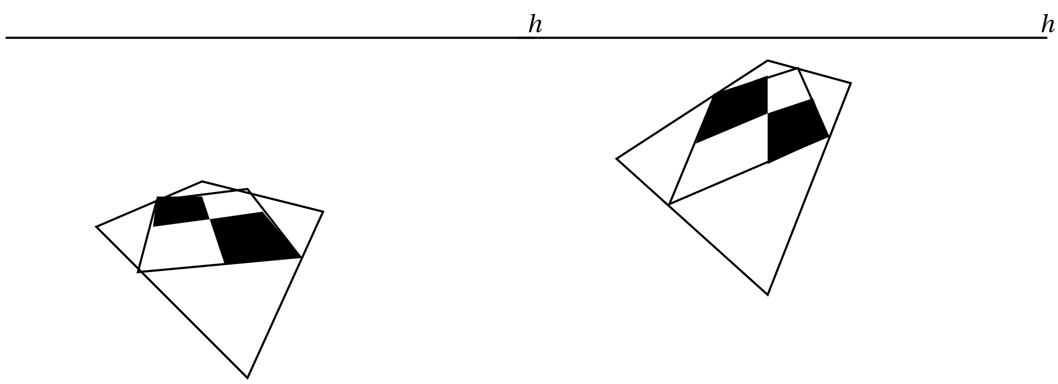
a. 60 ° **a.** 90 ° **c.** 120 ° **d.** 180 °

4. On a représenté en perspective centrale le carrelage ci-dessous :

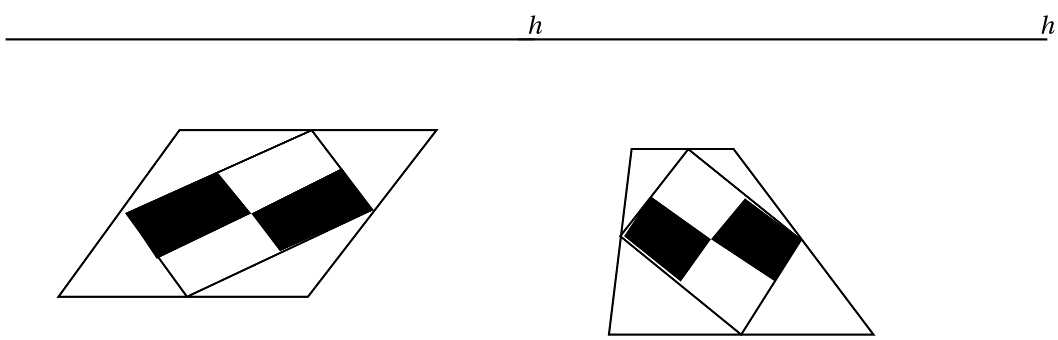


(h) désignant la ligne de fuite du plan contenant ce carrelage, dans quel cas les règles de perspective centrale ont-elles été respectées ?

a. **b.**



c. **d.**

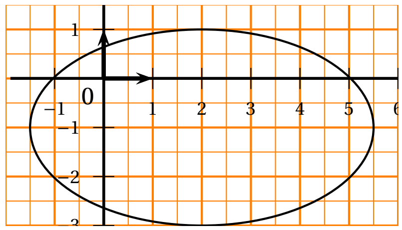


5. On considère l'ellipse dont l'équation réduite est :

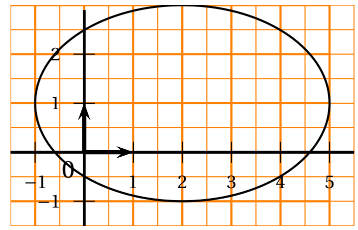
$$\frac{(x+2)^2}{9}+\frac{(y-1)^2}{4}=1.$$

Cette ellipse est représentée dans un repère orthonormal par :

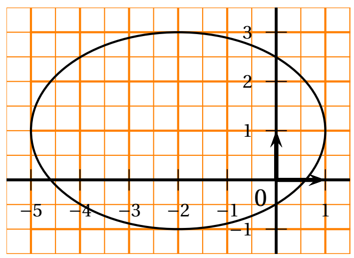
a.



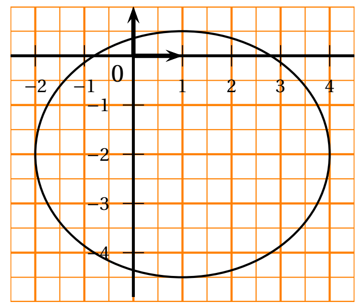
b.



c.



d.



6. Dans un repère orthonormal de l'espace, on considère les vecteurs :

$$\overrightarrow{u}\,(5\,;\,1\,;\,0) \quad \text{et} \quad \overrightarrow{v}\,(1\,;\,-3\,;\,1).$$

Le produit scalaire $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}$ vaut :

a. -1 **b.** 0 **c.** 1 **d.** 2

EXERCICE 3 — 7 points

Les trois parties peuvent être traitées de manière indépendante

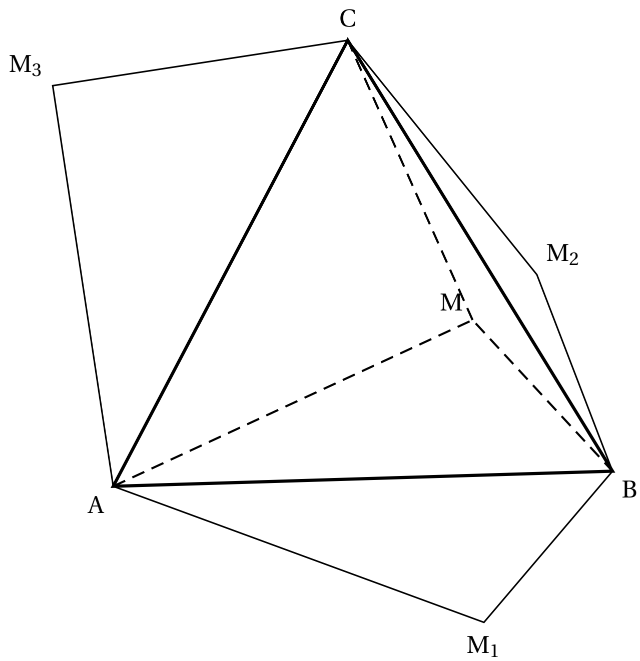
Partie A : observation du pavage

À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, on a construit le pavage donné en annexe 2.
Ce pavage est constitué d'hexagones identiques.

1. Quelle transformation permet de passer de l'hexagone 1 à l'hexagone 2. Préciser les caractéristiques de cette transformation.
2. Hachurer sur le pavage de l'annexe 2 tous les hexagones qui sont l'image de l'hexagone 1 par une translation.

Partie B : Obtention du motif

On considère un triangle équilatéral ABC de côté 5 cm et un point M situé à l'intérieur du triangle ABC tel que AM = 4 cm et BM = 2 cm.
Le point M_1 est l'image du point M par la symétrie axiale d'axe (AB).
Le point M_2 est l'image du point M par la symétrie axiale d'axe (BC).
Le point M_3 est l'image du point M par la symétrie axiale d'axe (AC).



1. Justifier que l'hexagone AM_1BM_2CM a pour aire le double de l'aire du triangle ABC.
2. **a.** En appliquant la formule d'Al-Kashi dans le triangle MAB, déterminer la valeur exacte du cosinus de l'angle $\widehat{MAB}$ puis la mesure approchée au dixième de degré de cet angle.
   En déduire la mesure approchée au dixième de degré de l'angle $\widehat{MAC}$.

   b. Dans cette question, on prendra 37,7 ° comme mesure de l'angle $\widehat{MAC}$.
   Déterminer par le calcul une valeur approchée au centième de centimètre près de la longueur CM.

Partie C : Construction d'un pavage différent

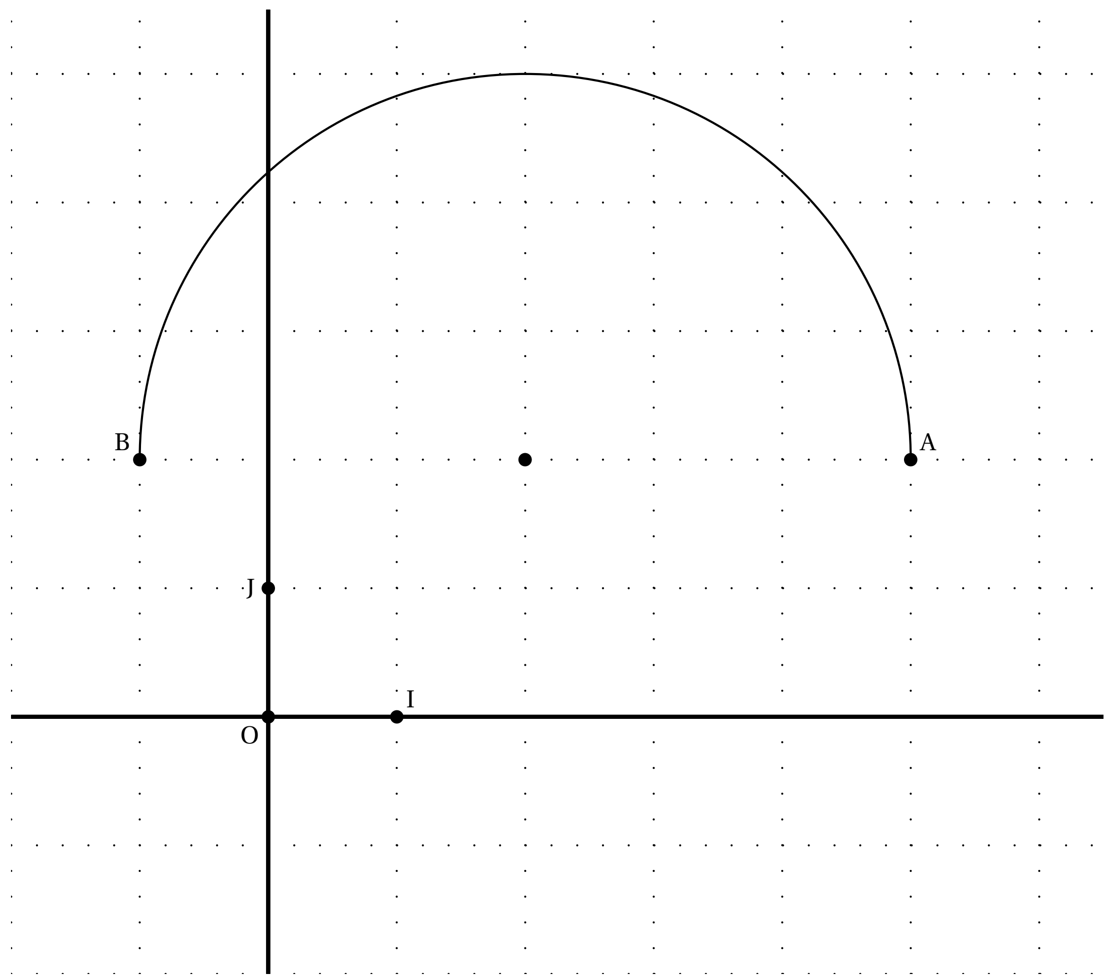
L'objectif de cette partie est de construire un pavage différent.
On place cette fois le point M à l'extérieur du triangle équilatéral.

Sur l'annexe 3, un triangle équilatéral ABC est tracé. M est un point extérieur au triangle.

1. Construire le symétrique M_1 de M par rapport à l'axe (AB), le symétrique M_2 de M par rapport à l'axe (BC), le symétrique M_3 de M par rapport à l'axe (AC). Tracer en couleur l'hexagone $AM_1BM_2CM_3$.
2. En utilisant des couleurs différentes, construire soigneusement l'image de cet hexagone par la rotation de centre A et d'angle 120 °, puis par la rotation de centre A et d'angle 240 °, le sens de rotation choisi étant le sens anti-horaire (le sens inverse des aiguilles d'une montre).
   Laisser les traits de construction apparents.

Annexe 1 - Exercice 1 (à rendre avec la copie)

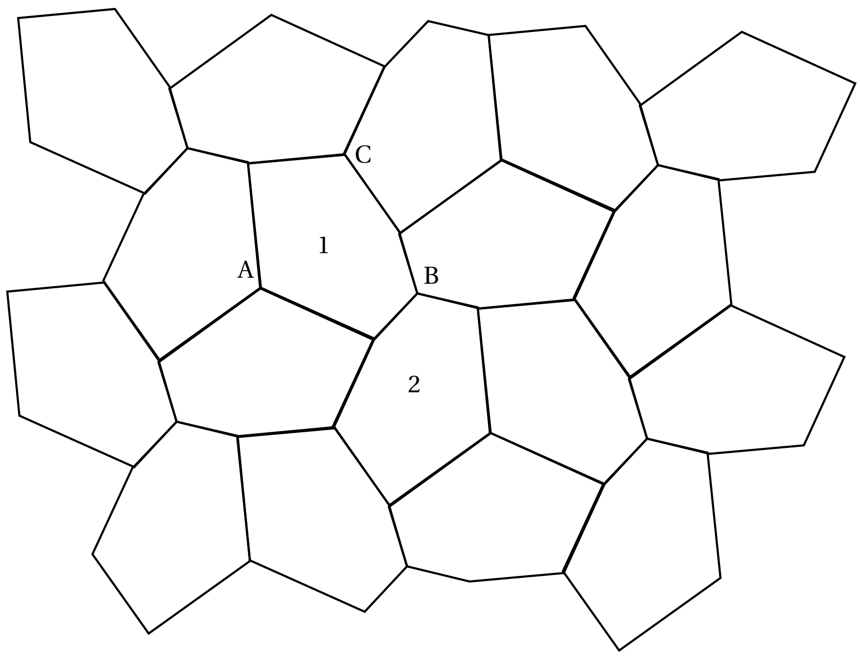
Partie A



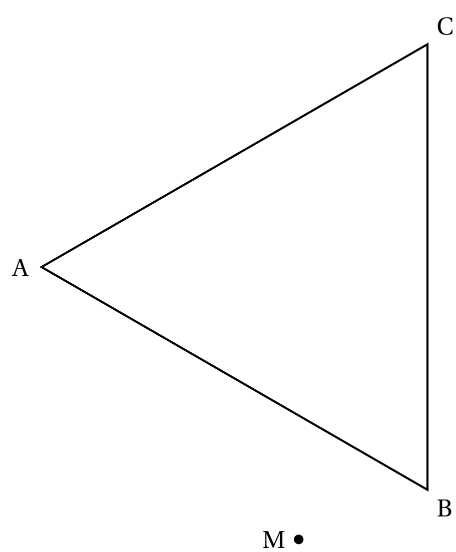
Partie B

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$			$-0,016$		1,632	

Annexe 2 - Exercice 3 (à rendre avec la copie)



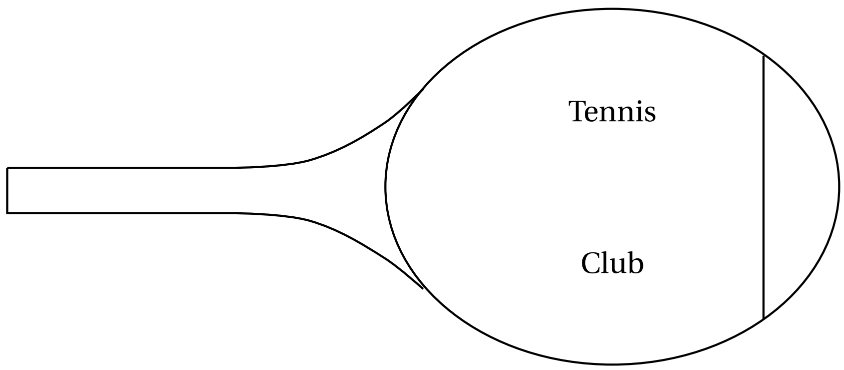
Annexe 3 - Exercice 3 (à rendre avec la copie)



∽ Baccalauréat Métropole 18 juin 2014 ∾
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1 **7 points**

Un club de tennis souhaite avoir un logo en forme de raquette dans laquelle sera inscrit le nom du club (voir la figure ci-dessous).



Une partie du logo est tracé dans le repère orthonormé de l'annexe 1, d'origine O(0 ; 0) et d'unité 1 cm. L'ellipse $\mathscr{E}$, de centre Ω, représente le cadre de la raquette (partie où se trouve le tamis ou cordage). Les segments $[AM]$, $[MN]$ et $[NE]$ constituent une partie du manche.

Dans ce repère, on a les données suivantes :

- $\Omega(9\,;\,0)$ $B(5\,;\,2,4)$ $A(0\,;\,0,5)$ $M(-5,5\,;\,0,5)$ $N(-5,5\,;\,-0,5)$ $E(0\,;\,-0,5)$.
- Une équation cartésienne de l'ellipse $\mathscr{E}$ est $\dfrac{(x-9)^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Partie A

1. Calculer les longueurs des demi-axes de l'ellipse $\mathscr{E}$.
2. Montrer que le point B appartient à l'ellipse $\mathscr{E}$.

Partie B

1. Pour compléter la partie manquante du manche, on souhaite relier les points A et B par un arc de parabole, représentant une fonction f définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$.
   a. Donner l'expression de la fonction f' dérivée de f.
   b. On souhaite que l'arc de la parabole passe par les points A et B, et que la tangente à la parabole au point A soit horizontale. Exprimer ces trois contraintes à l'aide d'un système.
   c. Résoudre ce système.
2. On admet que la fonction f est définie sur $[0\,;\,5]$ par $f(x) = 0,076x^2 + 0,5$. On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.
   a. Recopier et compléter le tableau de valeurs de la fonction f ci-dessous (valeurs arrondies à 10^{-1} près).

x	0	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$										

   b. Dans le repère de l'annexe 1, tracer la courbe $\mathscr{C}$, ainsi que la courbe $\mathscr{C}'$ symétrique de la courbe $\mathscr{C}$ par rapport à l'axe des abscisses.

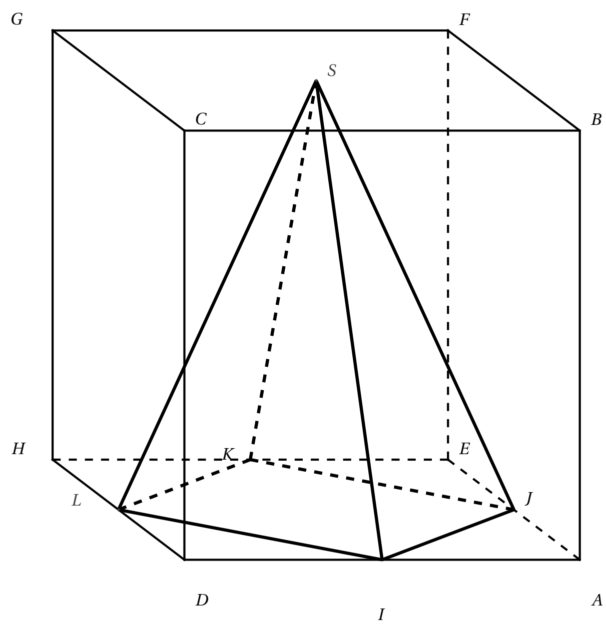
Partie C

Le logo de l'annexe 1 est une réduction à l'échelle $\frac{2}{7}$ d'une raquette qui a servi de modèle pour le tracer. Les trois questions suivantes concernent la raquette qui a servi de modèle.

1. Calculer en vraie grandeur la longueur totale en centimètres de la raquette (manche et cadre).
2. Calculer une valeur arrondie au cm^2 de l'aire du tamis en vraie grandeur sachant que l'aire d'une ellipse est égale à $\pi \times d \times D$, où d et D désignent les longueurs des demi-axes de l'ellipse.
3. Une raquette de compétition doit avoir une longueur totale qui ne dépasse pas 74 cm et une aire du tamis qui ne dépasse pas 710 cm^2. La raquette qui a servi de modèle est-elle une raquette de compétition ?

EXERCICE 2 **7 points**

Un presse papier est constitué d'une pyramide $SIJKL$ à base carrée inscrite dans un cube transparent $ABCDEFGH$.
Il est représenté ci-dessous en perspective cavalière.



Le sommet S de la pyramide est au centre de la face supérieure $BFGC$ du cube.
Les points I, J, K et L sont les milieux des arêtes de la face inférieure $AEHD$.

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment.

Partie A : Représentation en perspective centrale

L'objectif de cette partie est de représenter ce presse-papier en perspective centrale avec comme plan frontal le plan $(ABCD)$ en complétant l'annexe 2, où la ligne d'horizon est déjà tracée. On note $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, s$ les images respectives des points $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, S$ dans cette représentation en perspective centrale.

1. Que peut-on dire des droits (gf) et (cb) dans cette représentation centrale ?

2. **a.** Donner la position de la droite (CG) dans l'espace par rapport au plan frontal $(ABCD)$.
   b. Donner la position de la droite (BF) dans l'espace par rapport au plan frontal $(ABCD)$.
3. Comment appelle-t-on le point d'intersection des droites (cg) et (bf) dans la représentation en perspective centrale ?
4. Compléter soigneusement la représentation en perspective centrale du presse-papier sur le document en annexe 2, en laissant apparents les traits de construction.
5. Que peut-on dire des droites (ij) et (jk) ? Justifier.

Partie B : Calculs de longueurs, d'un angle et d'une aire

On rappelle que l'aire d'un triangle est donnée par la formule $\mathscr{A} = \frac{b\times h}{2}$ où b désigne la base et h la hauteur su triangle.

1. Montrer que $IJ = 4\sqrt{2}$ et $SI = 4\sqrt{5}$.
2. En utilisant la relation d'Al-Kashi, calculer la valeur exacte du cosinus de l'angle $\widehat{ISJ}$. En déduire la valeur arrondie de cet angle au degré près.
3. Représenter en vraie grandeur le triangle SIJ. Calculer son aire en cm^2.

EXERCICE 3 **6 points**

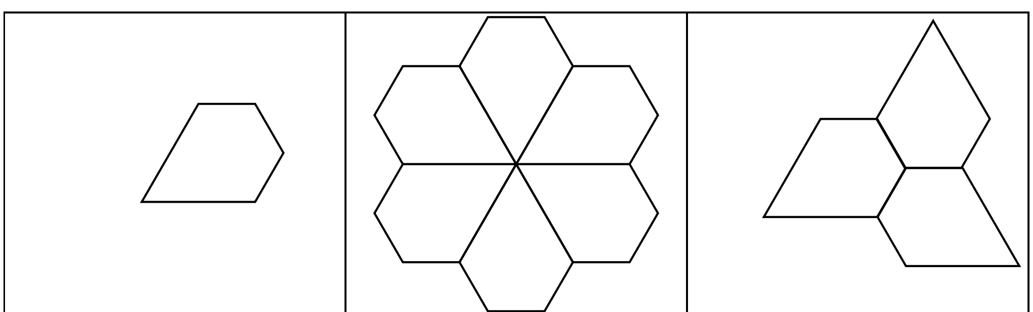
Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées indépendamment.

Partie A : Pentagone

1. Constructions sur la copie :
   — Dessiner un segment $[OA]$ de longueur 6 cm.
   — Construire le triangle équilatéral OAD.
   — Soit I le milieu de $[AD]$. Construire à l'extérieur du triangle OAD les deux triangles équilatéraux IAB et ICD.
   — Tracer le pentagone $OABCD$.
2. Démontrer que que IBC est un triangle équilatéral.
3. Faire apparaître sur le dessin que le pentagone $OABCD$ est la juxtaposition de 7 triangles équilatéraux identiques.

Partie B : Pavage

1. On considère le motif élémentaire ainsi que les deux motifs « fleur » et « hélice » suivants :



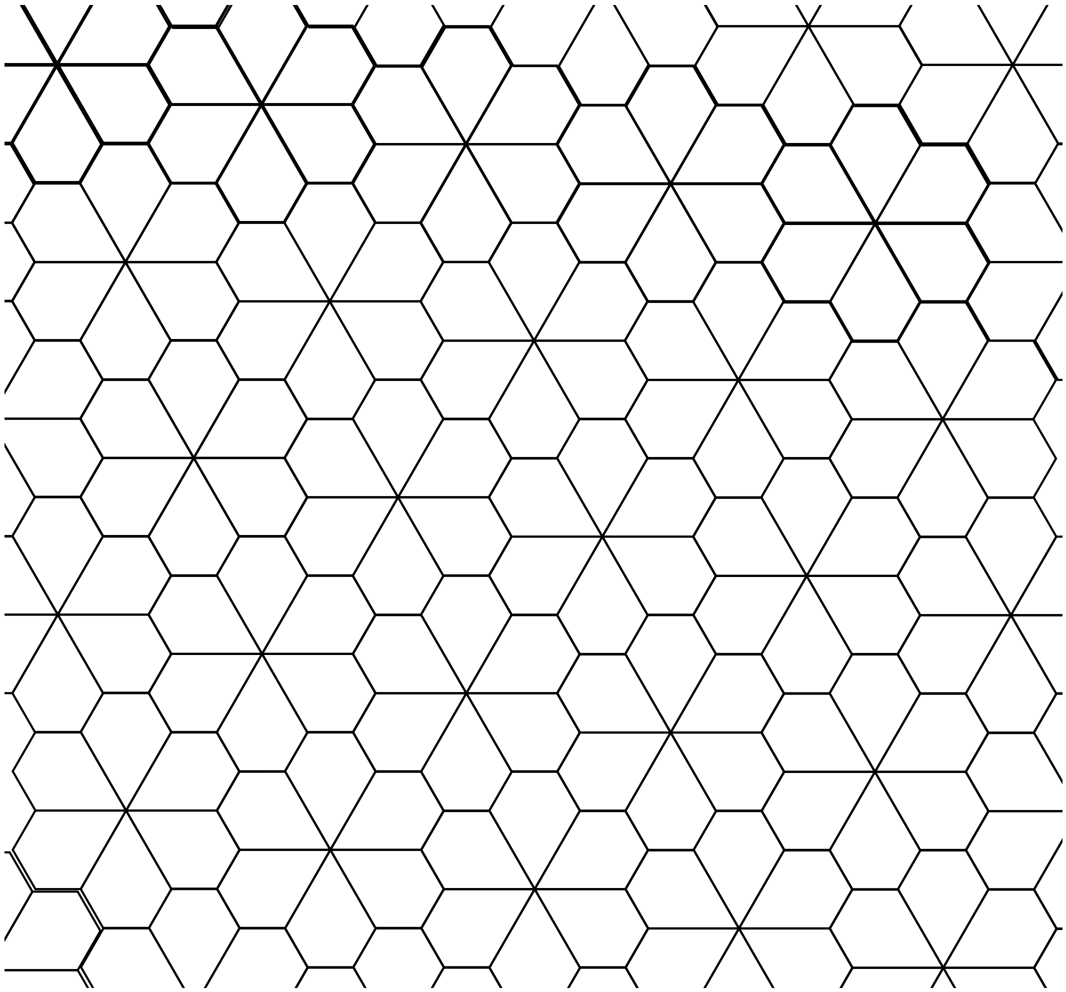
motif élémentaire | motif « fleur » | motif « hélice »

Pour répondre aux deux questions suivantes, on donnera un nom aux sommets à utiliser pour définir les transformations. Pour cela, on reproduira sur un croquis à mains levée le motif élémentaire sur la copie.

   a. Par quelles transformations peut-on obtenir le motif « fleur » à partir du motif élémentaire ?

b. Par quelles transformations peut-on obtenir le motif « hélice » à partir du motif élémentaire ?

2. On considère le pavage suivant :



a. Par quelles transformations peut-on obtenir ce pavage en utilisant le motif « fleur » ?

Pour définir ces transformations, vous placerez des points sur le dessin de l'annexe 3a.

b. De même, par quelles transformations peut-on obtenir ce pavage en utilisant le motif « hélice » ?

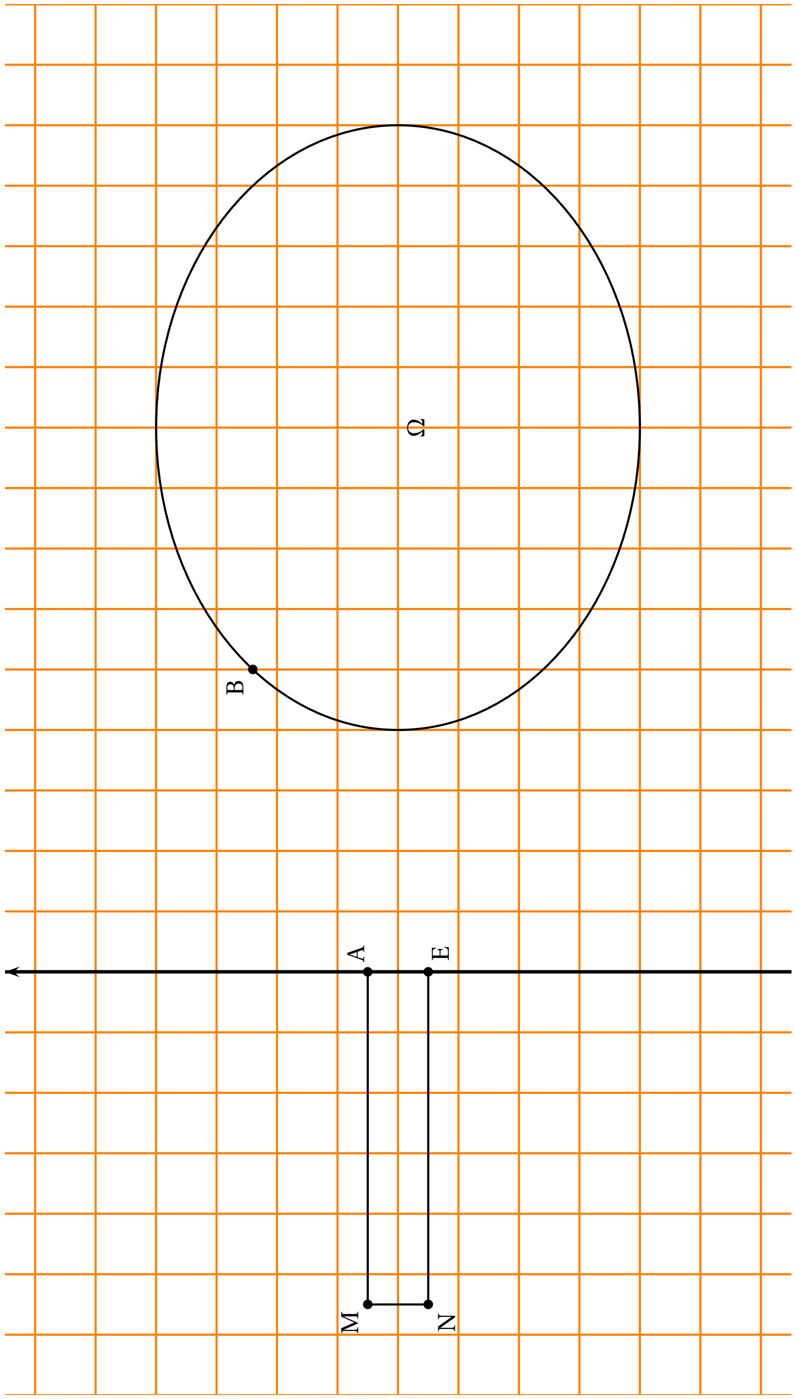
Pour définir ces transformations, vous placerez des points sur le dessin de l'annexe 3b.

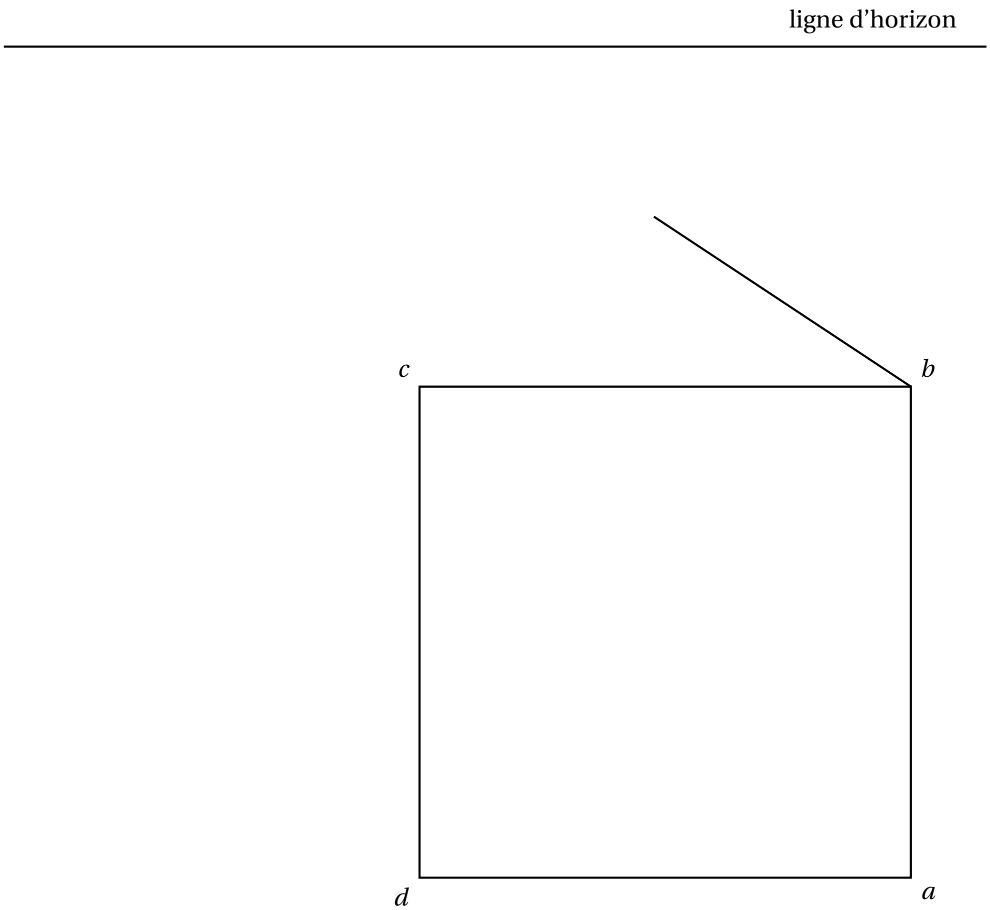
3. On appelle damier un pavage constitué de motifs bicolores disposés de telle sorte que deux motifs de même couleur ne peuvent être en contact que par un sommet, et non par une arête.

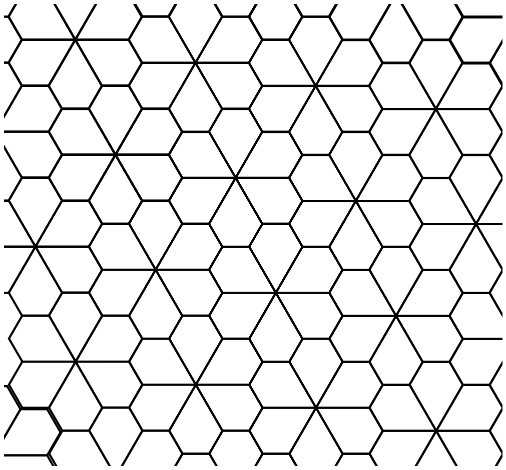
Lequel des deux motifs composés (« fleur » ou « hélice ») permet-il d'obtenir un pavage de type damier ?

Répondre en coloriant un damier sur l'annexe 3c.

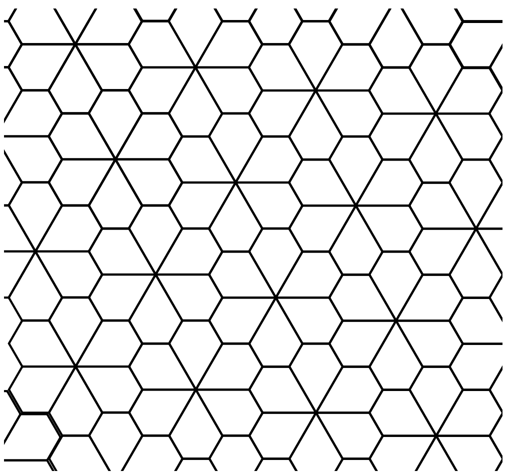
Annexe 1 – Exercice 1 (à rendre avec la copie)



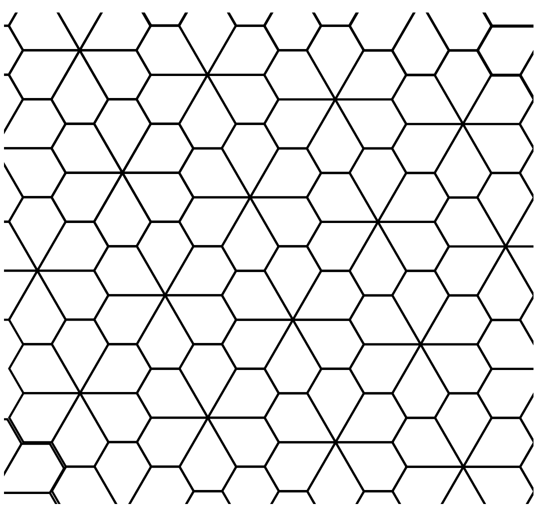

ligne d'horizon
c
b
d
a



Annexe 3a
(à rendre avec la copie)



Annexe 3b
(à rendre avec la copie)



Annexe 3c
(à rendre avec la copie)

∽ Baccalauréat Métropole 12 septembre 2014 ∾
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

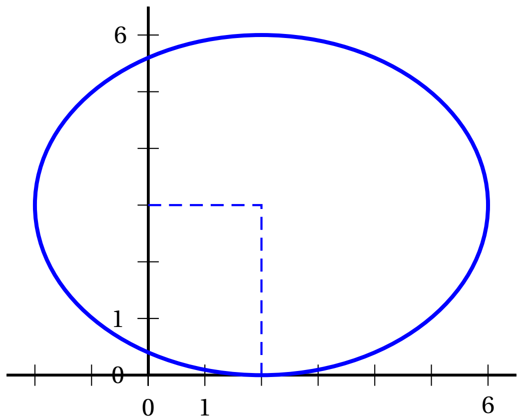
EXERCICE 1 **5 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Parmi les réponses proposées, une seule est correcte. On indiquera sur la copie, pour chaque question, la lettre correspondant à la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Toutes les questions sont indépendantes. Les réponses exactes rapportent un point.

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 1$.
La tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1 a pour équation :

a. $y = 0$ **b.** $y = x - 4$ **c.** $y = 4x - 1$ **d.** $y = -4x + 1$

2. On considère l'ellipse tracée dans un repère sur la figure ci-dessous :



Une équation de cette ellipse est :

a. $\dfrac{(x-2)^2}{16} + \dfrac{(y-3)^2}{9} = 1$

b. $\dfrac{(x+2)^2}{16} + \dfrac{(y+3)^2}{9} = 1$

c. $\dfrac{(x-2)^2}{9} + \dfrac{(y-3)^2}{16} = 1$

d. $\dfrac{(x-2)^2}{9} + \dfrac{(y+3)^2}{16} = 1$

3. L'équation : $2x^{0,5} = 6$

a. n'a pas de solution **b.** a pour solution 3.
c. a pour solution $\sqrt{3}$. **d.** a pour solution 9.

4. La section du demi-cône de révolution avec un plan parallèle à la hauteur du cône ne passant pas par le sommet du cône est :

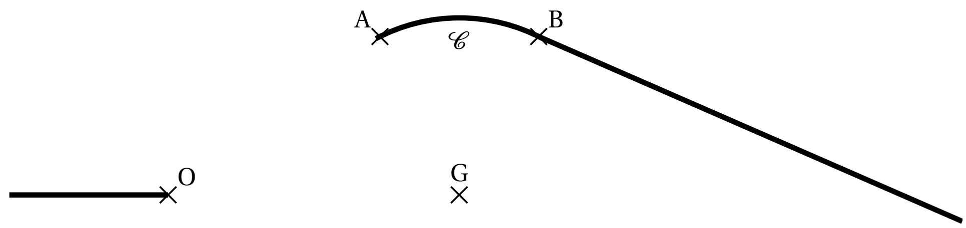
a. une branche d'hyperbole **b.** un cercle **c.** une parabole **d.** une ellipse

5. L'équation $2x^2 - 3x - 2 = 0$

a. n'admet aucune solution. **b.** admet deux solutions : -2 et $\dfrac{1}{2}$.
c. admet deux solutions : $-\dfrac{1}{2}$ et 2. **d.** admet deux solutions : -2 et $-\dfrac{1}{2}$.

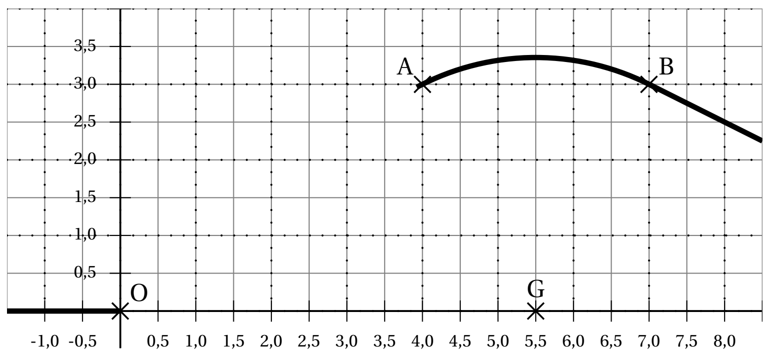
EXERCICE 2 **8 points**

Afin d'éviter le passage en centre ville d'une ligne TGV, on effectue un changement de tracé de cette ligne. On procède à un contournement de la ville, dont une partie aura la forme d'un arc de cercle $\mathscr{C}$. Cet arc de cercle a pour centre le point G (ancienne gare) et débute en A (nouvelle gare) pour s'achever en B et se poursuivre de façon rectiligne. Le tronçon initial s'arrête en O.



Vue aérienne du tracé de la ligne TGV

Il s'agit donc de relier les points O et A par une courbe F qui admette en O une tangente horizontale, et soit tangente en A à l'arc de cercle $\mathscr{C}$.
Pour déterminer précisément la courbe F , on se place dans un repère orthonormé $\left(\text{O}\,;\ \overrightarrow{\text{OI}},\ \overrightarrow{\text{OJ}}\right)$.



Dans ce repère, on a les coordonnées suivantes : G(5,5 ; 0) et A(4 ; 3)

Partie A

On considère le point H(6 ; 4).

1. Déterminer le coefficient directeur de la droite (AH).
2. Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{\text{AG}}$ et $\overrightarrow{\text{AH}}$ sont orthogonaux.
3. En déduire que la droite (AH) est tangente en A à la courbe $\mathscr{C}$.

Partie B

La courbe F est la courbe représentative sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ d'une fonction f de la forme :

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

1. Déterminer graphiquement $f(0)$ et $f(4)$.
2. **a.** On note f' la dérivée de la fonction f. En interprétant le fait que le raccordement est tangent aux deux tronçons existants, déterminer $f'(0)$.

   b. Justifier que $f'(4)$ vaut $\frac{1}{2}$.
3. Donner l'expression de $f'(x)$.
4. En utilisant les trois questions précédentes, déterminer les valeurs de c et de d, puis un système d'équations dont les coefficients a et b soient solution. Résoudre ce système.
5. On admet que f est définie sur $[0\,;\,4]$ par $f(x) = -\dfrac{1}{16}x^3 + \dfrac{7}{16}x^2$. Étudier les variations de f sur $[0\,;\,4]$.
6. Représenter graphiquement f sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ sur l'annexe - document 1, à rendre avec la copie.

EXERCICE 3 **7 points**

Le vase photographié est constitué d'un corps polyédrique surmonté d'un col (voir la figure 1 ci-dessous). Le but de cet exercice est d'étudier le corps polyédrique que l'on notera $\mathscr{P}$. La figure 2 met en évidence que celui-ci est construit sur un cube ABCDEFGH d'arête 8 cm et dont quatre des faces sont les bases de quatre pyramides $ABFES_1$ $BCGFS_2$, $CDHGS_3$ et $ADHES_4$.

Figure 1

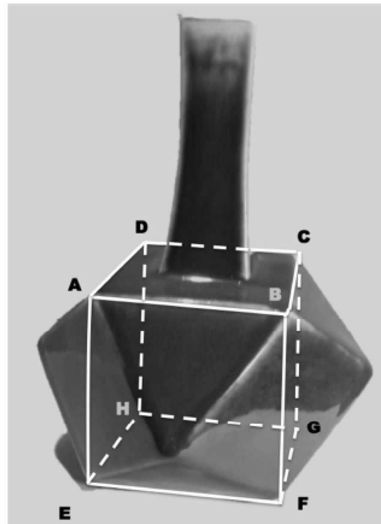


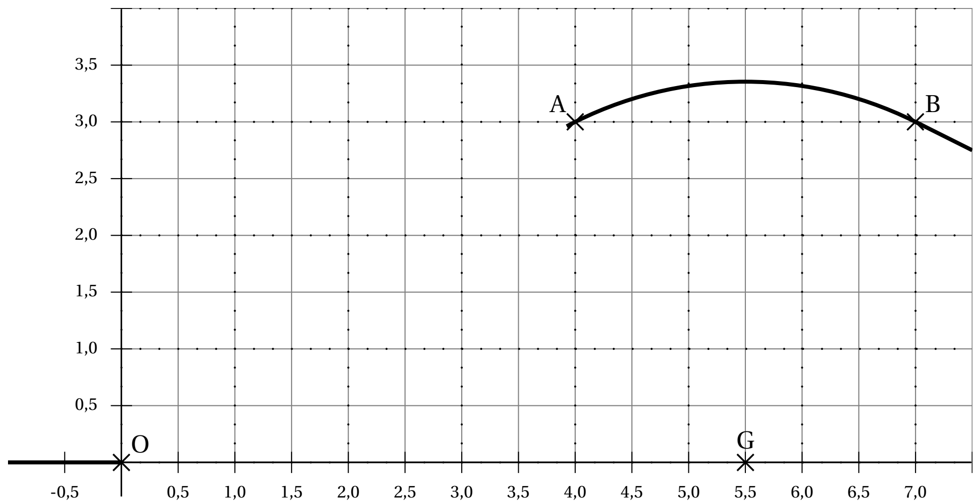
Figure 2

On admet que les faces triangulaires de ces pyramides sont des triangles isocèles identiques, et que le pied de la hauteur de chaque pyramide est aussi le centre du carré de base.
On admet de plus que les points B, F, S_1 et S_2 sont dans un même plan. Il en va de même pour les points C, G, S_2 et S_3, pour les points D, H, S_3 et S_4 et enfin pour les points A, E, S_4 et S_1.

1. Quelle est la nature du quadrilatère S_1BS_2F ? Justifier la réponse.
2. On considère le point I, centre du carré BCGF, et le point M, milieu du segment [BF].
   Sachant que $IS_2 = 4$ cm, dessiner sur la copie, sur une même figure, le cube ABCDEFGH et la pyramide $BCGFS_2$ en perspective cavalière, avec comme plan frontal (ABFE).
3. Placer les points I et M sur la figure précédente. Calculer les longueurs S_2M puis S_2B.
4. Dessiner en vraie grandeur le quadrilatère S_1BS_2F.
5. **a.** Sur l'annexe (document 2), on a commencé à représenter en perspective parallèle le polyèdre $\mathscr{P}$. Construire sur l'annexe le point S_2 sommet de la pyramide de base BCGF. On justifiera la méthode de construction sur la copie.
   b. Construire la pyramide $BCGFS_2$ sur l'annexe.
   c. Sur l'annexe, laisser en pointillé les arêtes cachées du polyèdre $\mathscr{P}$ et retracer en trait plein les arêtes visibles.
6. **a.** Dessiner sur la copie une vue de dessus du polyèdre $\mathscr{P}$ en perspective parallèle. On y notera les points A, B, C, D, S_1, S_2, S_3 et S_4.
   b. En prenant cette fois le plan (S_1BS_2F) comme plan frontal, dessiner sur la copie une vue de face du polyèdre $\mathscr{P}$ en perspective parallèle.

Annexe, à rendre avec la copie

Document 1



Document 2